

Seminar Praktikum "Communications 1"	
Seminarversuch 1 "Lineare zeitinvariante Systeme"	
Fachgebiet: Nachrichtentechnische Systeme	
Name:	Matr.-Nr.:
Betreuer:	Datum:



Die Vorbereitungsaufgaben müssen vor dem Seminartermin gelöst werden.

Inhaltsverzeichnis

0	Hinweise zum Referat	1
1	Einleitung	2
2	Erläuterungen und Vorbereitungsaufgaben.	3
2.1	Theoretische Berechnungen	3
2.1.1	Überprüfung der Linearität:	3
2.1.2	Überprüfung der Zeitinvarianz:	3
2.1.3	Reaktion des LZI-Systems auf sinusförmige Erregungen:	4
2.1.4	Reaktion nichtlinearer, zeitinvarianter Systeme auf sinusförmige Erregungen	6
2.2	Praktische Aspekte bei der Messung an LZI - Systemen	7
2.2.1	Der approximierter Diracstoß	7
2.2.2	Relation zwischen Anstiegszeit und Grenzfrequenz eines idealen Tiefpasses	9
3	Versuchsdurchführung	11
3.1	Überprüfung der Zeitinvarianz und des Linearitätsbereiches	11
3.2	Messtechnische Ermittlung der Übertragungsfunktion	11
3.2.1	Messung der Übertragungsfunktion mit sinusförmigen Signalen	11
3.2.2	Schätzung der Übertragungsfunktion aus der Sprungantwort	12

0 Hinweise zum Referat

Zu Beginn des Seminars soll einer oder mehrere der für das einführende Referat verantwortlichen Studenten einen Kurzvortrag halten, in dem die wesentlichen Aussagen zu diesem Thema zusammengefasst dargestellt werden. Dieses Referat sollte Erläuterungen zu den folgenden Stichpunkten in anschaulicher Kurzform beinhalten:

1. “Black-Box”-Betrachtungsweise bei der Behandlung der LZI-Systeme und deren Vorteile im Vergleich zur Betrachtung einer elektronischen Schaltung!
2. Welches sind die das LZI-System kennzeichnenden Größen, und wie sind die Zusammenhänge zwischen den Eingangs-/Ausgangssignalen $x(t)$, $y(t)$ und der Stoßantwort $h(t)$ im Zeitbereich, und wie sind die Zusammenhänge mit den entsprechenden Größen im Frequenzbereich?
3. Welches Gedankenexperiment liegt der Bestimmung der Stoßantwort zugrunde?
4. Welche bemerkenswerte Eigenschaft weisen LZI-Systeme bei der Anregung mit sinusförmigen Signalen auf, und in welcher Weise kann man diese Eigenschaft zur Bestimmung der Übertragungsfunktion und zur Ermittlung des Linearitätsbereiches nutzen?
5. Bei der theoretischen, rechnerischen Behandlung von LZI-Systemen werden oft die Realisierbarkeitsbedingungen verletzt wie z.B.:
 - Verwendung von im Labor nicht realisierbaren Dirac-Stößen oder idealen Sprungfunktionen als Signale,
 - Verwendung nichtkausaler Stoßantworten bei idealen Tiefpässen, idealen Bandpässen, idealen Hochpässen etc., obwohl die Kausalität der Stoßantwort von LZI-Systemen eine Mindestrealisierbarkeitsvoraussetzung ist,
 - Unabhängige Vorgabe des Betrags $|H(\omega)|$ und des Phasenverlaufs $\phi(\omega)$ einer Übertragungsfunktion, obwohl bekannt ist, dass diese Größen sog. „Hilbert-Transformierte“ zueinander sein müssen, um die Kausalitätsbedingung zu erfüllen,
 - etc.

Warum sind Modellrechnungen mit diesen Idealisierungen bei der Behandlung von LZI-Systemen dennoch von großem Wert?

Sie können diesen Kurzvortrag entweder handschriftlich auf dem Overheadprojektor oder mit selbstgefertigten Folien vortragen oder auf einen Satz vorgefertigter Folien zurückgreifen, die beim Versuchsbetreuer als Folien verfügbar sind und im Internet als pdf-Dateien zur Verfügung stehen!

1 Einleitung

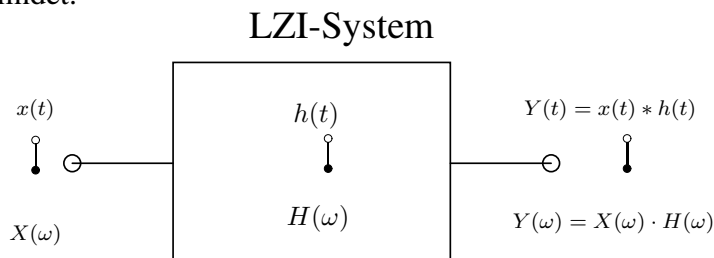
Das Verhalten eines linearen, zeitinvarianten Systems (LZI - Systems) kann durch eine einfache Funktion (z.B. die Stoßantwort $h(t)$ bzw. deren Fouriertransformierte $H(\omega)$) beschrieben werden. Die Kenntnis der u.U. komplizierten elektrischen Schaltung des Systems ist nicht erforderlich, um die Reaktion $y(t)$ des Systems auf ein beliebiges Eingangssignal $x(t)$ zu bestimmen. Der Zusammenhang zwischen Ausgangs- und Eingangssignal ergibt sich aus dem sog. Faltungsintegral:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau . \quad (1)$$

Mit $Y(\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}} y(t)$, $X(\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}} x(t)$, $H(\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}} h(t)$, den Fouriertransformationen der entsprechenden Zeitfunktionen $y(t)$, $x(t)$, $h(t)$ wird der gleiche Zusammenhang im Frequenzbereich wie folgt formuliert:

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega) . \quad (2)$$

Diese fundamentalen Zusammenhänge sind in der folgenden Skizze noch einmal zusammengestellt. Die einzigen Voraussetzungen für die Gültigkeit dieser Zusammenhänge sind, dass das System linear und zeitinvariant ist, und dass es sich vor der Anregung mit $x(t)$ im sog. "Nullzustand" befindet.



Bei der Behandlung linearer, zeitinvarianter Systeme mit der systemtheoretischen Betrachtungsweise werden Idealisierungen benutzt, die entweder gar nicht oder nur näherungsweise in die Praxis umzusetzen sind. (Beispiele: Diracstöße als Signalkomponenten, ideal rechteckförmige Übertragungsfunktionen, Systeme mit nichtkausalen Stoßantworten, unbeschränkte Linearitätsbereiche der betrachteten Systeme etc.). Bei der Konzeption oder Analyse komplizierter, ggf. aus verschiedenen Blöcken zusammengesetzter Systeme, erreicht man aber mit solchen Idealisierungen bei relativ geringem Rechenaufwand einen sehr guten Überblick über das Systemverhalten.

Mit dem Praktikumsversuch soll gezeigt werden, welche Bedingungen bei Messungen an realisierbaren LZI - Systemen zu beachten sind und dass die Systemtheorie auch und gerade mit idealisierten Modellrechnungen für die praktische Arbeit im Labor ein geeignetes Hilfsmittel ist.

Dabei sollen durch geeignete Messungen die Übertragungseigenschaften eines Systems ermittelt werden, das nur an den Eingangs- und Ausgangsklemmen zugänglich ist.

Zur Vorbereitung des Versuchs sind die im Abschnitt 2 gestellten Aufgaben zu lösen, und soweit möglich die Ergebnisse in sauberer Form in diese Versuchsanleitung einzutragen.

2 Erläuterungen und Vorbereitungsaufgaben.

2.1 Theoretische Berechnungen

Die theoretische Überprüfung der Linearität und Zeitinvarianz eines gegebenen Systems erfolgt nach folgenden Schemata:

2.1.1 Überprüfung der Linearität:

$$1. \text{ Versuch: } x_1(t) \rightarrow y_1(t) = T\{x_1(t)\} \quad (3)$$

$$2. \text{ Versuch: } x_2(t) \rightarrow y_2(t) = T\{x_2(t)\} \quad (4)$$

$$3. \text{ Versuch: } x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow y_{3\text{Ist}}(t) = T\{x_3(t)\} \quad (5)$$

Bedingung für die Linearität des Systems ist:

$$y_{3\text{Soll}}(t) = ay_1(t) + by_2(t) \quad (6)$$

Darin ist $T\{x_i(t)\}$ die Transformation, mit der das System das Eingangssignal $x_i(t)$ verändert, der Pfeil kennzeichnet die Übertragung über das System.

Die tatsächliche Reaktion $y_{3\text{Ist}}(t) = T\{x_3(t)\}$ auf die Erregung $x_3(t)$ ergibt sich im 3. Versuch. Sie muss verglichen werden mit der Forderung an ein lineares System $y_{3\text{Soll}}(t)$.

Dazu sind $y_{3\text{Ist}}(t)$ und $y_{3\text{Soll}}(t)$ mit Hilfe der in dem Schema vorgegebenen Gleichungen durch geeignete Substitutionen auf vergleichbare Größen zurückzuführen.

2.1.2 Überprüfung der Zeitinvarianz:

$$1. \text{ Versuch: } x_1(t) \rightarrow y_1(t) = T\{x_1(t)\} \quad (7)$$

$$2. \text{ Versuch: } x_2(t) = x_1(t - t_0) \rightarrow y_{2\text{Ist}}(t) = T\{x_2(t)\} \quad (8)$$

Bedingung für die Zeitinvarianz eines Systems ist:

$$y_{2\text{Soll}}(t) = y_1(t - t_0) \quad (9)$$

Durch geeignete Substitutionen mit Hilfe der in dem Schema vorgegebenen Gleichungen sind $y_{2\text{Ist}}(t)$ und $y_{2\text{Soll}}(t)$ auf vergleichbare Größen zurückzuführen und miteinander zu vergleichen.

Vorbereitungsaufgabe 2.1:

Überprüfen Sie, ob das folgende System $x(t) \rightarrow y(t) = x(a \cdot t)$ zeitinvariant ist!

1. Versuch: $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(a \cdot t)$ (10)

2. Versuch: $x_2(t) = x_1(t - t_0) \rightarrow y_{2\text{Ist}}(t) = x_2(a \cdot t) =$ (11)

Bedingung für die Zeitinvarianz eines Systems ist:

$$y_{2\text{Soll}}(t) = y_1(t - t_0) =$$
 (12)

In diesem Schema können durch Verwendung der entsprechenden Gleichungen sowohl $x_2(a \cdot t)$ als auch $y_1(t - t_0)$ auf die vergleichbare Größe $x_1(\dots)$ umgerechnet werden. Ergänzen Sie die notwendigen Umrechnungen!

Ist das System $x(t) \rightarrow y(t) = x(a \cdot t)$ zeitinvariant?

Die Umsetzung solcher Schemata in die Praxis ist sehr aufwendig und nur mit Einschränkungen möglich.

Bei der Überprüfung der Linearität laufen beispielsweise in dem o.a. Schema drei Versuche gleichzeitig ab. Das ist in der Praxis an einem System nicht möglich. Wenn das System zeitinvariant ist, können die Versuche auch nacheinander gemacht werden.

Jedes $x_i(t)$ repräsentiert in den o.g. Schemata jede beliebige Funktion aus der Klasse der zugelassenen Funktionen. Im Labor kann immer nur bei einem Versuch eine spezielle Funktion verwendet werden. Die Verschiebungszeit t_0 repräsentiert jede beliebige positive oder negative Zeitverschiebung; in der Praxis muss t_0 auf kleine positive, endliche Werte beschränkt bleiben.

2.1.3 Reaktion des LZI-Systems auf sinusförmige Erregungen:

Dieses sind hinreichende Gründe, sich in der Praxis auf ein einfacheres, aber nicht ganz so aussagekräftiges Verfahren zu beschränken, um die Linearität bzw. Nichtlinearität bzw. Nichtlinearitätsbereiche eines gegebenen Systems zu ermitteln. Dieses Verfahren beruht auf der Eigenschaft von LZI - Systemen, die **immer** auf sinusförmige Eingangssignale mit sinusförmigen Reaktionen antworten. Es gilt:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) \rightarrow y(t) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi(\omega_0)) .$$
 (13)

Dieser Zusammenhang im Zeitbereich beinhaltet die systemkennzeichnenden Größen $|H(\omega_0)|$ und $\varphi(\omega_0)$ der i.A. komplexen Übertragungsfunktion $H(\omega_0) = |H(\omega_0)| \cdot e^{j\varphi(\omega_0)}$, die ja die systemkennzeichnende Größe im Frequenzbereich darstellt. Der Index bei ω_0 soll hier nur verdeutlichen, dass hier eine feste aber beliebige Frequenz vorgegeben ist. Dieser Zusammenhang zeigt auch, dass über eine Messung im Zeitbereich die systemkennzeichnende Größe im Frequenzbereich $H(\omega_0)$ für jede beliebige Frequenz ermittelt werden kann.

Vorbereitungsaufgabe 2.2:

Zeigen Sie zunächst mit Hilfe des Faltungsintegrals, dass der o.g. Zusammenhang gilt!

Benutzen Sie dabei den folgenden Ansatz:

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) * h(t) = A \cdot \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} * h(t) . \quad (14)$$

Führen Sie die Faltung rechnerisch durch, eliminieren Sie die dabei auftretenden Integrale durch Verwendung des Zusammenhangs:

$$H(\omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-j\omega_0 \tau} d\tau , \quad (15)$$

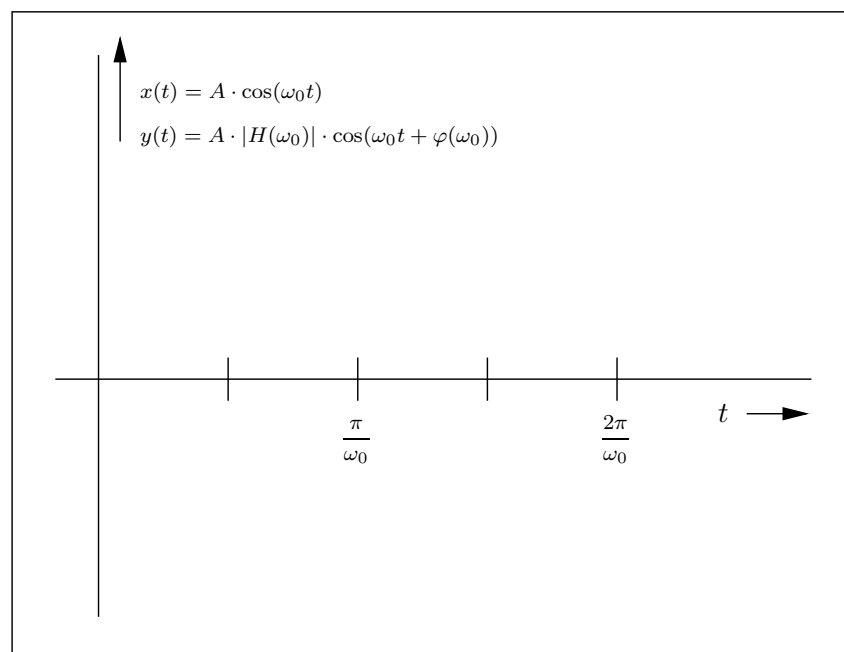
und benutzen Sie die **Eigenschaft reeller Systeme**: $H(-\omega) = H^*(\omega) = |H(\omega)| \cdot e^{-j\varphi(\omega)}$.

$$y(t) = \quad (16)$$

Vorbereitungsaufgabe 2.3:

Beschreiben Sie eine Methode, mit der aufgrund dieses Zusammenhangs die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ nach Betrag und Phase bzw. Real- und Imaginärteil durch die gleichzeitige Darstellung des Eingangs- und Ausgangssignals auf dem Oszillographen ermittelt werden kann.

Zeichnen Sie dazu in das folgende Diagramm über eine Periode das Eingangs- und Ausgangssignal, das in Gl. (13) beschrieben ist und ergänzen Sie auf beiden Diagrammachsen die wesentlichen Größen.



Vorbereitungsaufgabe 2.4:

Geben Sie die Fouriertransformierten der unten angegebenen Eingangs- und Ausgangssignale an.

$t_{\text{ph}} = -\frac{\varphi(\omega_0)}{\omega_0}$ ist darin die sog. Phasenlaufzeit des sinusförmigen Signals der festen Frequenz ω_0 .

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(\omega) = \quad (17)$$

$$y_{\text{LZI}}(t) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi(\omega_0)) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \cos \left(\omega_0 \left[t + \underbrace{\frac{\varphi(\omega_0)}{\omega_0}}_{-t_{\text{ph}}} \right] \right) \quad (18)$$

$$\mathcal{F} \downarrow \\ Y_{\text{LZI}}(\omega) = \quad (19)$$

2.1.4 Reaktion nichtlinearer, zeitinvarianter Systeme auf sinusförmige Erregungen

Bei der Übertragung des Signals $x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t)$ über ein nichtlineares, zeitinvariantes System (NZI - System) wird das Signal nichtlinear verzerrt. D.h., die Reaktion $y_{\text{NZI}}(t)$ ist nicht mehr sinusförmig, aber nach wie vor periodisch mit der Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

(Beispiele: Amplitudenbegrenzung, Gleichrichtung etc.).

Ein solches periodisches Signal kann durch eine Fourierreihenentwicklung dargestellt werden in der Form:

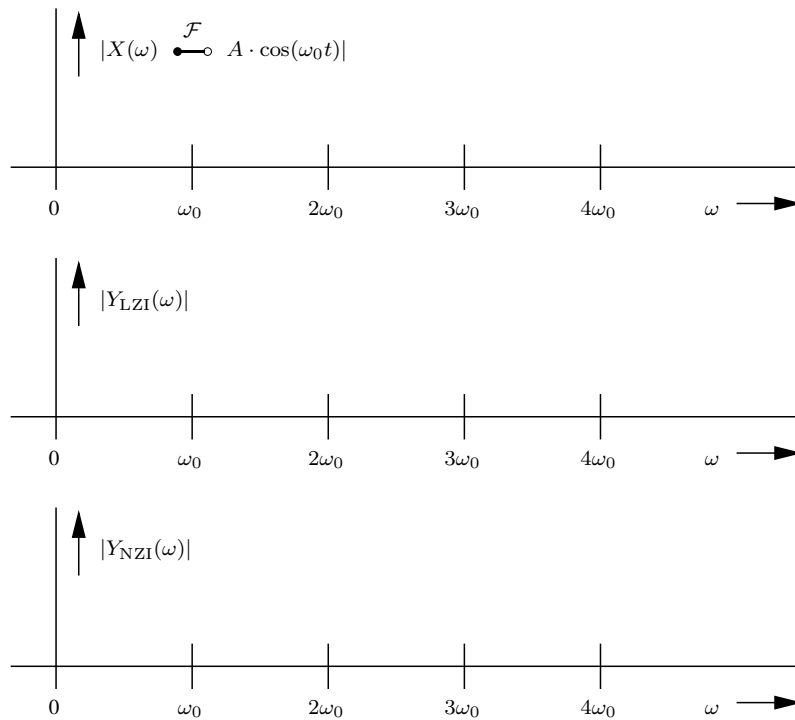
$$y_{\text{NZI}}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cdot \cos(k \cdot \omega_0 t) + b_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot \cos(k \cdot \omega_0 t + \varphi_k) \quad (20)$$

Vorbereitungsaufgabe 2.5:

Geben Sie die Fourier-Transformation $Y_{\text{NZI}}(\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}} y_{\text{NZI}}(t)$ der Zeitfunktion $y_{\text{NZI}}(t)$ an,

$$Y_{\text{NZI}}(\omega) = \quad (21)$$

und skizzieren Sie die Betragsspektren der an den Achsen gekennzeichneten Funktionen in den folgenden Diagrammen!



Ein LZI -System reagiert also auf eine spektral reine Anregung mit einer spektral reinen Reaktion. Dagegen treten bei nichtlinearen Systemen bei spektral reiner Anregung Oberwellen auf. Der Grad der Nichtlinearität wird mit dem sog. Klirrfaktor beschrieben (siehe Definitionen in der Vorlesung).

Entsteht i.A. bei $\omega = 0$ auch ein Diracstoß im Spektrum von $Y_{NZI}(\omega)$, und wenn ja, welche Signalkomponente kennzeichnet dieser Diracstoß?

Kein praktisch realisierbares System ist über beliebig große Aussteuerungsbereiche streng linear und schon wegen der Alterung von Bauelementen und anderer physikalischer Einflüsse (z.B. Temperatur) auch nicht zeitinvariant. Entscheidend für die Praxis ist, dass realisierte Systeme für begrenzte Aussteuerungsbereiche hinreichend linear und - in Bezug auf die Nutzungsdauer - auch hinreichend zeitinvariant sind. Wie eingangs beschrieben ist ein LZI - System durch seine sog. Stoßantwort $h(t)$ bzw. durch die zugehörige Fouriertransformation $H(\omega)$ eindeutig beschrieben. Einzige zusätzliche Bedingung ist, dass das System im "Nullzustand" ist bei der Anregung mit einem neuen Eingangssignal.

2.2 Praktische Aspekte bei der Messung an LZI - Systemen

2.2.1 Der approximierte Diracstoß

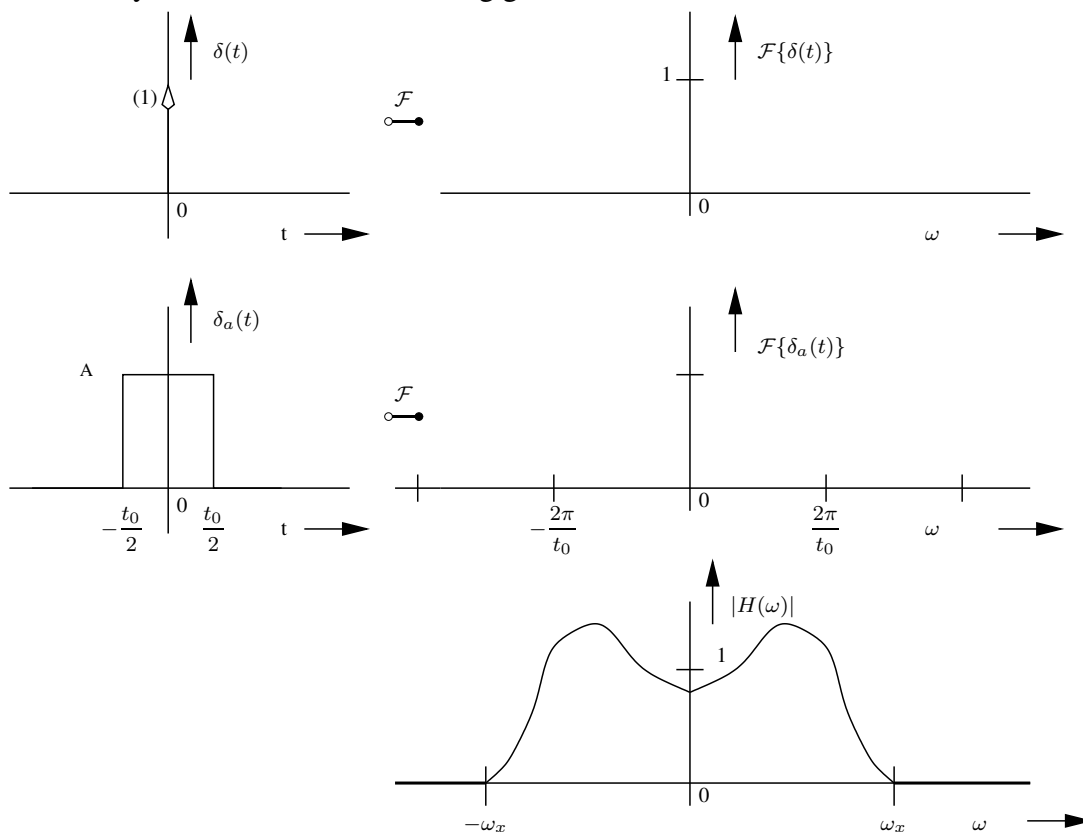
Theoretisch muss ein LZI-System bei der Anregung mit einem Diracstoß $\delta(t)$ mit der Stoßantwort $h(t)$ reagieren.

Ein Diracstoß ist aber im Labor nicht herzustellen! Er ist unendlich „hoch“ und unendlich „schmal“. Beides ist nicht zu realisieren. Da der Aussteuerungsbereich eines praktisch realisierbaren Systems auch immer endlich ist, muss stattdessen ein Puls begrenzter Dauer und endlicher Höhe verwendet werden. Auch die Approximation $\delta_a(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{t_0}\right)$ ist streng genommen nicht realisierbar, weil beliebig steile Flanken angenommen werden. Es ist aber eine hinreichend gute Approximation für einen praktisch realisierbaren Impuls, wenn die Pulsbreite groß im Vergleich zur Flankensteilheit ist.

Vorbereitungsaufgabe 2.6:

Stellen Sie die Spektren des idealen und des approximierten Stoßes unter Angabe aller wesentlichen Parameter in den folgenden Diagrammen dar.

In dem untersten rechten Diagramm ist das Betragsspektrum irgendeines Übertragungssystems dargestellt, wobei bei allen praktisch realisierbaren Übertragungsfunktionen vorausgesetzt werden kann, dass es irgendeine Frequenz ω_x so gibt, dass außerhalb des Bereiches von $-\omega_x \leq \omega \leq \omega_x$ das Betragsspektrum $|H(\omega)| \Rightarrow 0$ oder vernachlässigbar klein wird, denn realisierbare Systeme haben keine beliebig große Bandbreite.



Wie auch immer die Übertragungsfunktion innerhalb des Bereiches $-\omega_x \leq \omega \leq \omega_x$ beschaffen ist, eine Anregung mit dem Spektrum des approximierten Diracstoßes, so wie oben skizziert, würde zu Fehlern führen, denn gemäß der Formel $Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$ gilt im Idealfall mit $X(\omega) = \mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1 \Rightarrow Y(\omega) = 1 \cdot H(\omega)$.

Im Fall der Approximation gilt mit $X(\omega) = \mathcal{F}\{\delta_a(t)\}$, dass das entsprechende Produkt $\mathcal{F}\{\delta_a(t)\} \cdot H(\omega) \neq H(\omega)$ ist.

Vorbereitungsaufgabe 2.7:

Geben Sie eine Ungleichungsbedingung zwischen t_0 und ω_x an, die erfüllt sein muss, damit innerhalb des Übertragungsbereiches eines gegebenen Systems $-\omega_x \leq \omega \leq \omega_x$ das Spektrum des approximierten Diracstoßes hinreichend konstant ist.

Hinweis: Mit "hinreichend" ist hier nicht eine definierte prozentuale Abweichung vom Idealfall, der Konstanten, innerhalb des Bereiches $-\omega_x \leq \omega \leq \omega_x$ gemeint. Welche Genauigkeit erzielt werden soll, ist dem Experimentator überlassen.

Bei genügend guter Einhaltung dieser Ungleichungsbedingung entspricht die Form der Antwort des Systems $h_a(t)$ hinreichend genau der tatsächlichen Stoßantwort $h(t)$. Allerdings stimmt die Skalierung nicht!

Vorbereitungsaufgabe 2.8:

Welche Skalierung ermöglicht die Umrechnung zwischen der tatsächlichen Stoßantwort $h(t)$ und der approximierten Stoßantwort $h_a(t)$?

Vergleichen Sie dazu das Spektrum des idealen Diracstoßes mit dem des approximierten Stoßes und stellen Sie fest, welche Forderung bei Einhaltung der Bedingung aus 2.7 noch nicht erfüllt ist!

$$h(t) = h_a(t). \quad (22)$$

2.2.2 Relation zwischen Anstiegszeit und Grenzfrequenz eines idealen Tiefpasses

Die Eigenanstiegszeit eines Tiefpaßsystems, ist die Anstiegszeit, mit der das System bei Anregung mit einem idealen Sprung $A \cdot s(t)$ reagiert.

(Die Anstiegszeit ist die Zeitspanne, in der die Sprungantwort $A \cdot a(t)$ den Bereich zwischen 10% und 90% des Intervalls bis zum eingeschwungenen Zustand überwindet, bzw. die Zeitspanne, innerhalb derer die Tangente im Punkt maximaler Steigung der Sprungantwort die Linien 0% und 100% des Intervalls bis zum eingeschwungenen Zustand schneidet).

Vorbereitungsaufgabe 2.9:

Berechnen Sie die Eigenanstiegszeit t_e eines idealen Tiefpasses mit der Grenzfrequenz f_g , d.h. eines Tiefpasses mit der idealisierten Übertragungsfunktion $H(\omega) = H(0) \cdot \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_g}\right)$.

Geben Sie eine Faustformel für den Zusammenhang zwischen f_g und t_e an!

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst rechnerisch in allgemeiner Form, d.h. zunächst **oh-**

ne die Verwendung des aus den Fourierkorrespondenzen ermittelbaren tatsächlichen $h(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega) = H(0) \cdot \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_g}\right)$, die Sprungantwort $A \cdot a(t) = A \cdot s(t) * h(t)$:

$$A \cdot a(t) = A \cdot s(t) * h(t) = A \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) \cdot h(\tau) d\tau = \quad (23)$$

Bestimmen Sie dann aus dem folgenden Zusammenhang:

$$A \cdot a(\infty) = A \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau = A \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot \underbrace{e^{j\omega\tau}}_{\omega=0} d\tau = A \cdot H(0) \quad (24)$$

$H(0)$ so, dass die Sprungantwort im eingeschwungenen Zustand den Wert der Eingangssprunghöhe erreicht.

$$H(0) = \quad (25)$$

Ermitteln Sie nun in allgemeiner Form den Anstieg $A \cdot \dot{a}(t)$ der Sprungantwort, und unter Verwendung des tatsächlichen $h(t)$ dem Maximalwert $A \cdot \dot{a}(t)|_{max}$. Stellen Sie dann die Geradengleichung für die Tangente auf, und geben Sie nach der o.a. zweiten Definition für die Anstiegszeit t_e an.

$$\left. \frac{\partial a(t)}{\partial t} \right|_{max} = \quad (26)$$

$$t_e = \quad (27)$$

Dieser Zusammenhang wurde mit Hilfe einer idealisierten Modellrechnung für ein nichtrealisierbares Filter, das nicht einmal kausal ist, ermittelt. Er ist dennoch als Schätzformel für die Laborpraxis anwendbar, allerdings dann nur als \approx Relation.

Bei der Messung der Anstiegszeit von Impulsen mit Hilfe eines Oszillographen ist darauf zu achten, dass der gemessene Wert nur dann zuverlässig ist, wenn die Eigenanstiegszeit des Oszillographen und die Anstiegszeit der Impulse des Funktionsgenerators wesentlich kleiner sind als der gemessene Wert.

3 Versuchsdurchführung

Als Messobjekt steht ein System zur Verfügung, das nur an den Eingangs- und Ausgangsklemmen zugänglich ist. D.h., es ist nichts bekannt über den inneren Aufbau des Systems, das in der Tat mit den gleichen Übertragungseigenschaften auf unterschiedlichste Art realisiert werden könnte.

3.1 Überprüfung der Zeitinvarianz und des Linearitätsbereiches

Messaufgabe 3.1:

Überprüfen Sie mit verschiedenen, zeitbegrenzten Eingangssignalen, ob das System zeitinvariant ist!

Messaufgabe 3.2:

Ermitteln Sie messtechnisch mit einer sinusförmigen Anregung den Linearitätsbereich des Systems und geben Sie den zulässigen Aussteuerungsbereich an, innerhalb dessen das System noch keine sichtbaren nichtlinearen Verzerrungen aufweist!

$$\leq \widehat{u}_{\text{in}} \leq$$

Beachten Sie, dass nichtlineare Verzerrungen u.U. erst dann sichtbar werden, wenn die Frequenz der sinusförmigen Anregung niedrig ist, weil dann die Oberwellen besonders dicht beieinander liegen.

3.2 Messtechnische Ermittlung der Übertragungsfunktion

3.2.1 Messung der Übertragungsfunktion mit sinusförmigen Signalen

Messaufgabe 3.3:

Ermitteln Sie bei den Frequenzen $f = 600, 1200, 1800, 2400, 3000$ Hz jeweils den Phasenwinkel φ die Phasenlaufzeit t_{ph} und den Betrag der Übertragungsfunktion $H(2\pi f)$!

Mit dieser Methode könnte der gesamte Verlauf der Übertragungsfunktion über der Frequenz nach Betrag und Phase ermittelt werden.

Diese "klassische Methode" wird auch tatsächlich am häufigsten in der Praxis verwendet, wobei in gut ausgestatteten Laboratorien die Messung unter Verwendung von sog. "Sweepgeneratoren", Betrags-, Phasenmessgeräten und Plottern weitgehend automatisiert ist.

3.2.2 Schätzung der Übertragungsfunktion aus der Sprungantwort

Messaufgabe 3.4:

Bestimmen Sie mit einer periodischen Rechteckimpulsfolge die Impulsanstiegszeit des Rechteckgenerators und prüfen Sie, ob die gemessene Anstiegszeit zuverlässig ist!

Hinweis: Ein Impulsgenerator erzeugt immer Impulse mit endlicher Anstiegszeit und ein Oszillograph hat immer eine endliche sog. "Eigenanstiegszeit". Dadurch kann die Messung z.B. der Sprungantwort gravierend verfälscht werden. Es ist also immer zu prüfen, ob die Verfälschung durch diese "Unzulänglichkeiten" der verwendeten Laborgeräte vernachlässigbar ist oder nicht!

Messaufgabe 3.5:

Erregen Sie das System mit einer tastsymmetrischen Rechteckimpulsfolge und stellen Sie die Pulsdauer und die Pulslückendauer so ein, dass das System jeweils sicher den eingeschwungenen Zustand bzw. den Nullzustand erreicht.

Begründen Sie, warum mit dieser Einstellung aus der zugehörigen Reaktion die Sprungantwort ermittelt werden kann !

(Rekonstruieren Sie die periodische Eingangsimpulsfolge aus zeitlich verschobenen und überlagerten Sprungsignalen; benutzen sie die Linearitäts- und Zeitinvarianzeigenschaften des Systems zur Konstruktion der zugehörigen Reaktion aus entsprechend verschobenen und superponierten Sprungantworten!)

Messaufgabe 3.6:

Beurteilen Sie anhand des Vergleichs der Erregung und Reaktion bei dieser Einstellung, um welche Art von System es sich handelt !

Begründen Sie Ihre Antwort!

Hochpass?

Tiefpass?

Bandpass?

Messaufgabe 3.7:

Bestimmen Sie aus der Anstiegszeit der Sprungantwort die ungefähre(n) Grenzfrequenz(en) des Systems !

$f_{\text{unten}} =$

$f_{\text{oben}} =$

Messaufgabe 3.8:

Ist der durch die Eigenanstiegszeit des Oszillographen und die endliche Anstiegszeit der Pulse des Generators verursachte Fehler vernachlässigbar?

Betrags- und Phasenverlauf der Übertragungsfunktion

