

Laplace-Transformation: Eigenschaften, Abbildungsgesetze

1	Linearität	$\begin{array}{l} s_1(t) \longleftrightarrow F_1(p) \\ s_2(t) \longleftrightarrow F_2(p) \end{array} \quad \begin{array}{l} [a_1 \cdot s_1(t) + a_2 \cdot s_2(t)] \\ \downarrow \\ a_1 \cdot F_1(p) + a_2 \cdot F_2(p) \end{array}$
2	Ähnlichkeit, Maßstabsänderung	$\begin{array}{l} s(t) \longleftrightarrow F(p) \\ b, c \text{ -reell und positiv} \end{array} \quad \begin{array}{l} s(b \cdot t) \longleftrightarrow \frac{1}{b} \cdot F\left(\frac{p}{b}\right) \\ F(c \cdot p) \longleftrightarrow \frac{1}{c} \cdot s\left(\frac{t}{c}\right) \end{array}$
3	Translationsätze (Dämpfung)	$\begin{array}{l} s(t) \longleftrightarrow F(p) \quad \alpha \geq 0: \\ s(t - \alpha) \longleftrightarrow F(p) \cdot e^{-\alpha p} \\ s(t + \alpha) \longleftrightarrow [F(p) - \int_0^\alpha s(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt] \cdot e^{\alpha p} \\ p_0 \text{ beliebig} \rightarrow e^{-p_0 t} \cdot s(t) \longleftrightarrow F(p + p_0) \end{array}$
4	Differentiation im Zeitbereich	$\begin{array}{l} s^{(n)}(t) \\ \downarrow \\ p^n \cdot F(p) - s(+0) \cdot p^{n-1} - s'(+0) \cdot p^{n-2} - \dots - s^{n-1}(+0) \end{array}$
5	Differentiation im Bildbereich	<p>für alle p, $F^{(n)}(p) \longleftrightarrow (-1)^n \cdot t^n \cdot s(t)$ für die $F(p)$ eine reguläre Funktion in p darstellt</p>
6	Integration im Zeitbereich	$\int_0^t s(\tau) \cdot d\tau \longleftrightarrow \frac{1}{p} \cdot F(p)$
7	Integration im Bildbereich	$\int_p^\infty F(q) \cdot dq \longleftrightarrow \frac{1}{t} \cdot s(t)$
8	Faltung, Multiplikation	$\begin{array}{l} s_1(t) \longleftrightarrow F_1(p) \\ s_2(t) \longleftrightarrow F_2(p) \end{array} \quad \begin{array}{l} F_1(p) \cdot F_2(p) \longleftrightarrow \int_0^t s_1(\tau) \cdot s_2(t - \tau) \cdot d\tau \\ = s_1(t) * s_2(t) \end{array}$
9	Periodizität	<p>Impulsfolge: $s(t) = s(t - n \cdot T)$; $s(t) = 0$ für $t < 0$ $n = 0, 1, \dots, \infty$</p> $s(t) \longleftrightarrow \frac{1}{1 - e^{-pT}} \cdot \int_0^T s(t) \cdot e^{-pT} \cdot dt$
10	Grenzwertsätze	$\begin{array}{l} \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p) = \lim_{t \rightarrow 0} s(t) = s(0); \quad s(0) \text{ muß existieren} \\ \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = s(\infty); \quad s(\infty) \text{ muß existieren} \end{array}$