Übungsaufgaben

Grundgebiete der Informationstechnik 1

Version 2.0.2, Datum 12. September 2000

Zur Beachtung:

Diese Unterlage stellt eine Sammlung von Aufgaben zur Übung zur Vorlesung "Grundgebiete der Informationstechnik 1" dar.

Duisburg, 12. September 2000

Prof. Dr.-Ing. I. Willms
Dipl.-Ing. F. Gockel

Fachgebiet Nachrichtentechnik

Einführungsaufgabe:

1. Skizzieren Sie folgende Funktionen

   (a)

$$s(t) = \mathrm{A} \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t-t_0}{T_0}\right)$$

   (b)

$$\varepsilon(t-T_0) \cdot sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

   (c)

$$\Lambda\left(\frac{t}{T}-2\right) + \Lambda\left(\frac{t}{T}+2\right)$$

   (d)

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}+\frac{1}{2}\right) \cdot \mathrm{r}(-t)$$

   (e)

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T_0}\right) \cdot \sin(\omega_0 t)$$

   (f)

$$\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \Lambda\left(-\frac{t}{T}\right)$$

   (g)

$$\varepsilon(-t+\frac{T}{2}) \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

   (h)

$$\Lambda\left(\frac{2t}{T}\right) + \mathrm{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

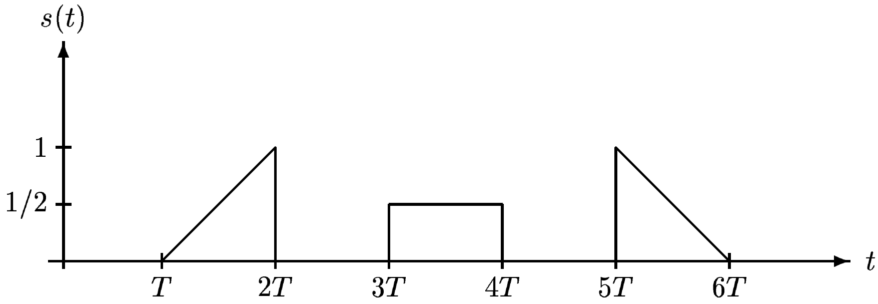
   (i)

$$\sum_{n=-2}^{+2} \delta(t-nT) \cdot \Lambda\left(\frac{t}{2T}\right)$$

   (j)

$$\delta(2t+T) - 2\delta(-3t-2T)$$

2. Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift für folgendes Signal

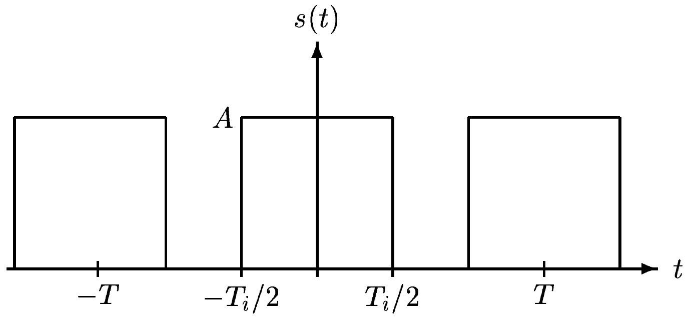


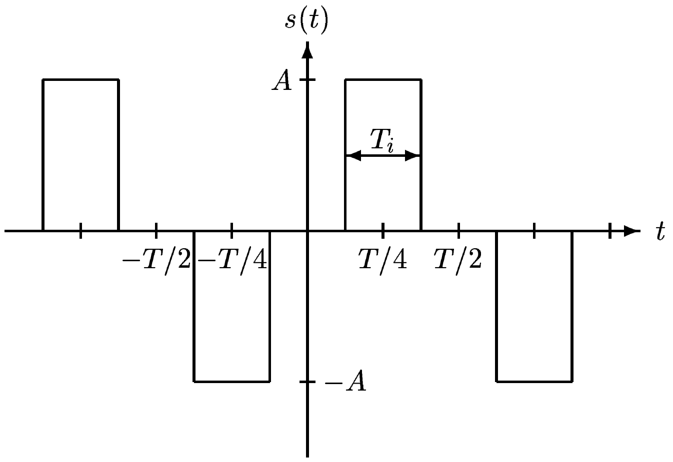
Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Koeffizienten der Fourier-Reihe

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{j\omega_0 nt}$$

für folgende periodische Zeitfunktionen $s(t)$



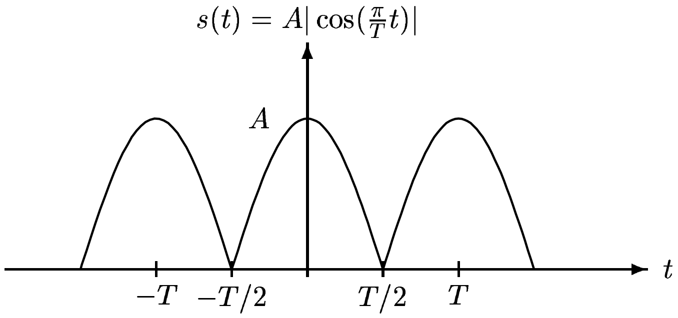


Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Koeffizienten der Fourier-Reihe

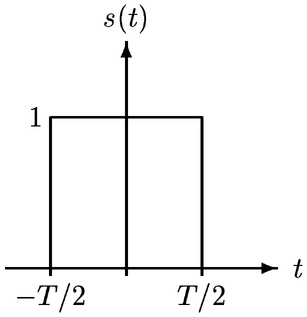
$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{jn\omega_0 t}$$

für das folgende Signal:



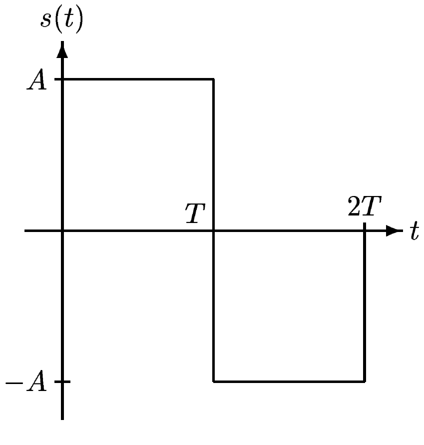
Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $S(\omega)$ des rect-Impulses $s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$



Aufgabe 4:

Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte des folgenden Signals



Aufgabe 5:

Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte von

$$s(t) = \sin(\omega_0 t) + \cos(\omega_0 t)$$

Aufgabe 6:

Bestimmen Sie die Fourier-Transformierten von

1. $s(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) * \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$.
2. $s(t) = \mathrm{si}\left(\pi\frac{t}{T}\right) * \mathrm{si}\left(\pi\frac{t}{T}\right)$.

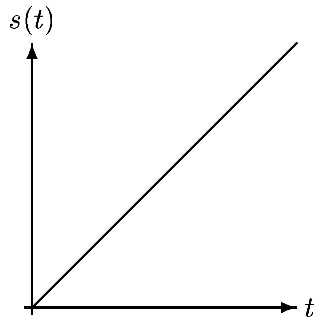
Aufgabe 7:

Berechnen Sie die Laplace-Transformierten der angegebenen Zeitfunktionen und geben Sie jeweils die Konvergenzhalbebene an.

1. $s(t) = \varepsilon(t - t_0)$, $t_0 > 0$
2. $s(t) = \varepsilon(t - t_0) - \varepsilon(t - 2t_0)$, $t_0 > 0$
3. $s(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$, $T > 0$
4. $s(t) = \mathrm{e}^{\alpha t}\varepsilon(t)$, $\alpha > 0$
5. $s(t) = \varepsilon(t)\mathrm{e}^{\alpha t}\cos(\omega_0 t)$, $\alpha > 0$

Aufgabe 8:

Es sei $s(t) = \varepsilon(t) \cdot t$.



1. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $S_L(p)$ von $s(t)$.
2. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte von $\varepsilon(t)(t + t_0)$ mit $t_0 > 0$.

Aufgabe 9:

Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $S_L(p)$ zu

$$s(t) = \begin{cases} a\sin(\omega_0 t) & 0 \le t \le \frac{\pi}{\omega_1} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 10:

Bestimmen Sie die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{ss}(t)$ der rect-Funktion $s(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$.

Aufgabe 11:

Gegeben seien die beiden Signale $s(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$ und $g(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t+T/4}{T/2}\right) - \mathrm{rect}\left(\frac{t-T/4}{T/2}\right)$.

1. Skizzieren Sie die beiden Signale.
2. Bestimmen Sie die beiden Kreuzkorrelationsfunktionen $\varphi_{sg}(t)$ und $\varphi_{gs}(t)$.
3. Bestimmen Sie die zugehörigen Fourier-Transformierten $S_{sg}(\omega)$ und $S_{gs}(\omega)$.

Aufgabe 12:

Geben Sie in Form eines Blockschaltbildes eine Interpretation der folgenden Gleichungen an. $h_i(t)$ kennzeichnet jeweils ein LZI-System mit der Stoßantwort $h_i(t)$.

Überprüfen Sie die Linearität und Zeitinvarianz der resultierenden Systeme, deren Stoßantwort $h(t)$ gegeben ist.

1. $h(t) = f(t) \cdot h_1(t)$
2. $h(t) = h_1(t) \cdot h_2(t)$
3. $h(t) = h_1(t) * h_2(t)$
4. $h(t) = h_1(t) \cdot [h_2(t) * h_3(t)]$
5. $h(t) = h_1(t) + h_2(t)$

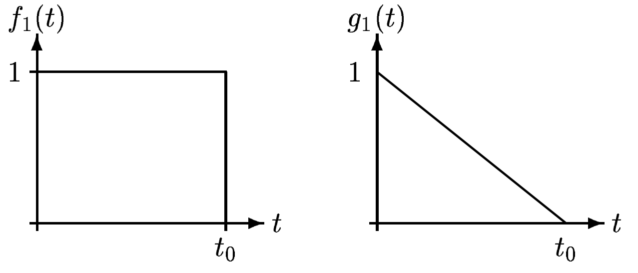
Aufgabe 13:

Gegeben sei die Sprungantwort $e(t) = \Lambda\left(\frac{t}{T}\right)$ eines LZI-Systems.

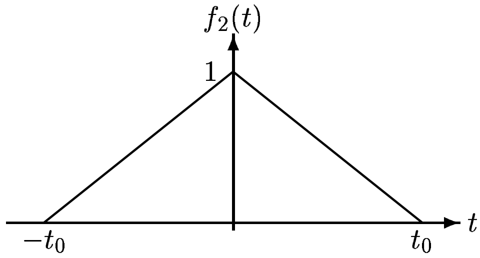
Bestimmen Sie die Stoßantwort $h(t)$.

Aufgabe 14:

Ein LZI-System antwortet auf die Erregung $f_1(t)$ mit der Reaktion $g_1(t)$



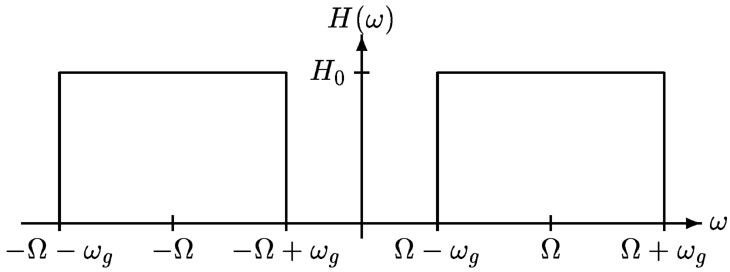
1. Ermitteln Sie graphisch die Antwort $g_2(t)$ auf die Erregung $f_2(t)$.



2. Geben Sie eine Blockschaltung für dieses Übertragungssystem an.

Aufgabe 15:

Ein Übertragungssystem hat die abgebildete Übertragungsfunktion $H(\omega)$ (idealer Bandpaß).



1. Geben Sie unter Verwendung der rect-Funktion eine Formel an, die diese Übertragungsfunktion beschreibt.
2. Stellen Sie diese Übertragungsfunktion als Faltungsprodukt dar.
3. Berechnen Sie die Stoßantwort.

Aufgabe 16:

Ein Übertragungssystem (Kammfilter) hat eine Übertragungsfunktion $H(\omega) = \cos(\omega\tau)\mathrm{e}^{-j\omega\tau}$.

1. Skizzieren Sie die Übertragungsfunktion nach Betrag und Phase.
2. Geben Sie das Blockschaltbild eines Systems mit solcher Übertragungsfunktion an.

Hinweis: Berechnen Sie die Stoßantwort und interpretieren Sie diese.

Aufgabe 23:

Gegeben sei ein Zweitor in Impedanz-

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

und Admittanzdarstellung.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie die Parameter der T- und der Π-Ersatzschaltung.

Aufgabe 24:

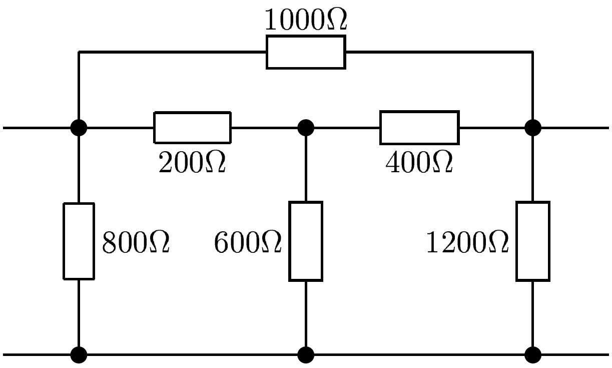
Berechnen Sie für die T-Schaltung und für die Π-Schaltung die Wellenwiderstände Z_{W1} und Z_{W2} als Funktion der Impedanzen Z_0, Z_1 und Z_2.

Wie lauten die Formeln für längssymmetrische Zweitore ($Z_1 = Z_2$) ?

Welche Widerstände erhält man für $Z_0 = 300\Omega$, $Z_1 = 100\Omega$ und $Z_2 = 200\Omega$?

Aufgabe 25:

Gegeben Sei folgendes ohmsches Zweitor:

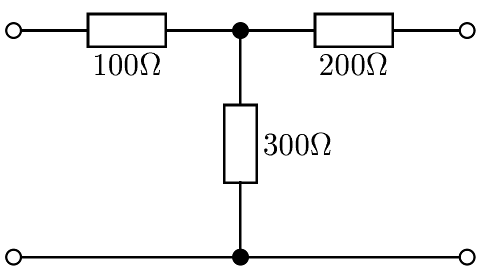


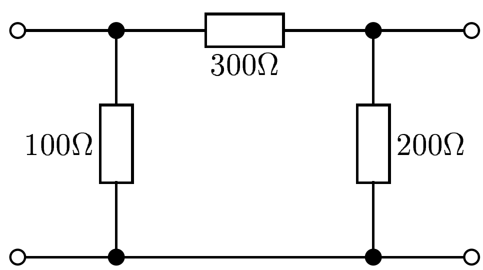
Bestimmen Sie

1. die Admittanzen Y_{ik}
2. die Kettenparameter A_{ik}
3. den Eingangswiderstand Z_{1L} bei Leerlauf, Z_{1K} bei Kurzschluß und Z_1 bei Belastung mit $Z_a = 500\Omega$
4. die Wellenwiderstände Z_{W1} und Z_{W2}

Aufgabe 26:

Berechnen Sie das komplexe Wellendämpfungsmaß g_W für die beiden folgenden Zweitore.





Auggabe 27:

An einem längssymmetrischen ohm'schen Zweitor werden folgende Größen gemessen:

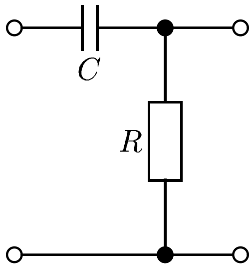
Wellenwiderstand: $Z_W = 420\Omega$ ($Z_{W1} = Z_{W2}$, Längssymmetrie)

Wellendämpfungsmaß: $a_W = 0.8\text{Np}$ ($b_W = 0$, ohm'sch)

Wie lauten die Zweitorgleichungen in Kettenform?

Aufgabe 28:

Gegeben ist das Zweitor

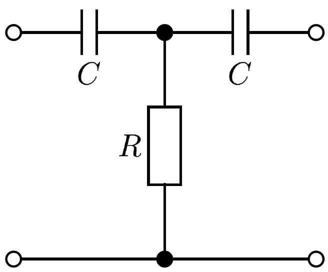


mit $R = 1\text{k}\Omega$, $C = 200\text{nF}$, $f = 1\text{kHz}$, $X_C = -795,8\Omega$.

1. Berechnen Sie für das Zweitor die Wellenwiderstände und das komplexe Wellendämpfungsmaß $g_W = a_W + jb_W$.
   Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Impedanzen $Z_{1L}, Z_{1K}, Z_{2L}, Z_{2K}$
2. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme für eine Last $Z_a = Z_{W2}$. Dabei sei $U_2 = 1\text{V}$ und $Z_i = Z_{W1}$.
3. Entnehmen Sie dem Diagramm die Größen U_1 und I_1, und berechnen Sie daraus (und aus Z_{W2}) den Wellenwiderstand Z_{W1} und das komplexe Betriebsdämpfungsmaß.

Aufgabe 29:

Gegeben ist das Zweitor



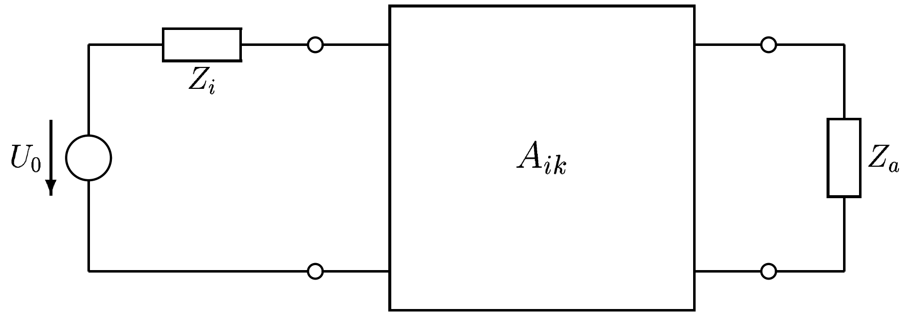
mit $R = 500\Omega$, $C = 200\text{nF}$, $f = 1\text{kHz}$, $X_C = -795,8\Omega$

1. Berechnen Sie für das Zweitor den Wellenwiderstand Z_W und das komplexe Dämpfungsmaß $g_W = a_W + jb_W$.
   Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Impedanzen $Z_{1L}, Z_{1K}, Z_{2L}, Z_{2K}$
2. Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme für eine Last $Z_a = Z_W$. Dabei sei $U_2 = 1\text{V}$ und $Z_i = Z_W$.

3. Entnehmen Sie dem Diagramm die Größen U_1 und I_1, und berechnen Sie daraus (und aus Z_{W2})den Wellenwiderstand Z_W und das komplexe Betriebsdämpfungsmaß g_W.

Aufgabe 30:

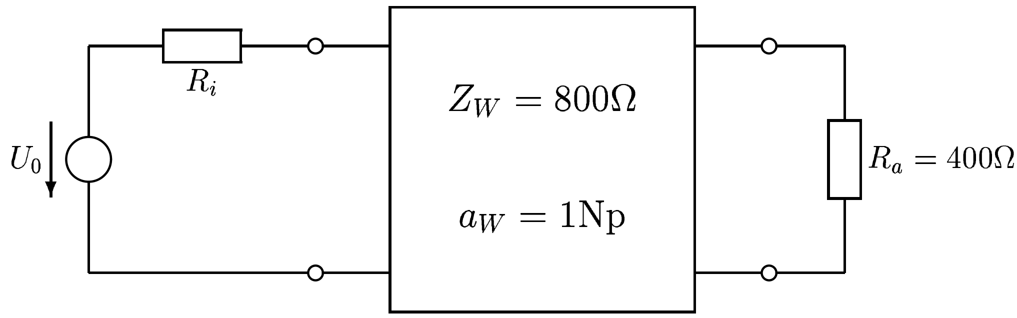
Ein Zweitor sei durch seine Kettenparameter A_{ik} charakterisiert und folgendermaßen beschaltet.



1. Ermitteln Sie das Betriebsdämpfungsmaß g_B als Funktion der Wellenparameter und der Abschlußwiderstände.
$$g_B = f\left(Z_{W1}, Z_{W2}, g_W, Z_i, Z_a\right)$$
Wie lautet diese Funktion für den Sonderfall eines längssymmetrischen Zweitors mit symmetrischer, ohm'scher Belastung $Z_i = Z_a = R$?
2. Berechnen Sie g_B für folgende Werte der Parameter
$$\begin{aligned} Z_{W1} &= Z_{W2} = 100\Omega e^{j60^\circ} \\ Z_a &= Z_i = 200\Omega e^{j30^\circ} \\ a_W &= 2\text{Np} \quad b_W = 30^\circ \end{aligned}$$

Aufgabe 31:

Ein symmetrisches, ohm'sches Zweitor mit $Z_W = 800\Omega$ und $a_W = 1$Np wird folgendermaßen betrieben.



Ermitteln Sie das Betriebsdämpfungsmaß $a_B = f(R_i)$ in Abhängigkeit vom Innenwiderstand des Speisegenerators. Skizzieren Sie den Verlauf und geben Sie eine Wertetabelle an. Bei welchem Wert von R_i wird a_B minimal? Welchen Wert hat $a_{B,\text{min}}$?

Aufgabe 32:

1. Dimensionieren Sie ein TP- und ein HP-Halbglied für die Grenzfrequenz $f_g = 20\text{kHz}$ mit der Dualitätskonstanten $X_D = 600\Omega$.
2. Berechnen Sie die Wellenwiderstände Z_{W1} und Z_{W2} sowie das komplexe Dämpfungsmaß g_W bei den Frequenzen $f_1 = 10\text{kHz}$ und $f_2 = 40\text{kHz}$. (Beachten Sie Vorzeichen!)
3. Der HP sei mit $Z_i = 480\Omega$ und $Z_a = 750\Omega$ beschaltet. Berechnen Sie das komplexe Betriebsdämpfungsmaß bei $f_2 = 40\text{kHz}$.

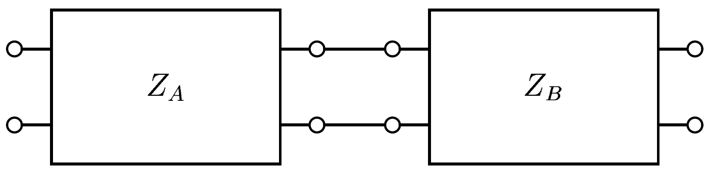
Aufgabe 33:

Dimensionieren Sie einen Reaktanztiefpaß aus Π-Grundelementen.

Abschluß: $Z_i = Z_a = R = 1200\Omega$

Toleranzen: $f_D = 6,4\text{kHz}$, $f_S = 8\text{kHz}$, $a_{B,min} = 8\text{Np}$, $a_{B,max} = 0,3\text{Np}$

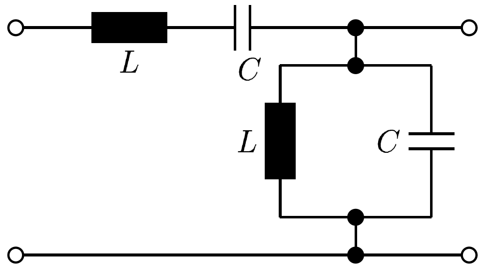
Aufgabe 34:



Gegeben sind zwei passive, lineare Zweitore A und B, die durch ihre Impedanzmatrizen Z_A und Z_B beschrieben werden.

Berechnen Sie die Impedanzmatrix des Zweitors, das durch Kettenschaltung von Zweitor A und Zweitor B nach Abbildung gebildet wird.

Aufgabe 35:

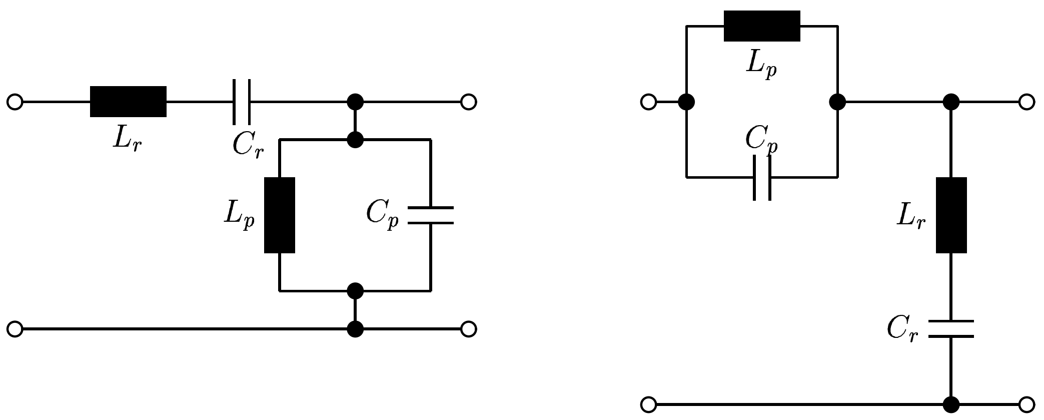


Berechnen Sie für das abgebildete Bandpass-Grundglied

1. Die Kurzschluß- und Leerlaufimpedanzen Z_{1K}, Z_{1L}, Z_{2K}, Z_{2L}

2. Die Wellenwiderstände Z_{W1} und Z_{W2}.
3. Das komplexe Wellendämpfungsmaß g_W

Aufgabe 36:



1. Berechnen Sie für die das abgebildete Bandpass- und Bandsperre-Halbglied die Übertragungsfunktionen $H_{\mathrm{BP}}(\omega)$ und $H_{\mathrm{BS}}(\omega)$.
2. Bestimmen Sie die jeweiligen Grenzfrequenzen.
3. Skizzieren Sie die Funktionsverläufe für den Spezialfall $L_r = L_p = L$ und $C_r = C_p = C$. Bestimmen Sie die Polstellen und die vereinfachten Ausdrücke für die Grenzfrequenzen.

Aufgabe 37:

Gegeben seien zwei duale Bandpass- und Bandsperre-Halbglieder wie in Aufgabe 36. Leiten Sie aus der Bedingung

$$Z_{W1} = X_D\sqrt{1-\Omega^2} \quad \text{und} \quad Z_{W2} = X_D\frac{1}{\sqrt{1-\Omega^2}}$$

die Beziehungen für die normierten Frequenzen Ω_{BP} und Ω_{BS} her.

Aufgabe 38:

Die Grenzfrequenzen eines Bandpasses liegen bei $f_- = 3\mathrm{kHz}$ und bei $f_+ = 12\mathrm{kHz}$.

1. Dimensionieren Sie ein T-Grundglied mit $X_D = 628,3\Omega$.
2. Bei welchen Frequenzen hat der Wellenwiderstand den betrag $|Z_W| = X_D$?

Aufgabe 39:

Gegeben Sei eine Bandsperre-Kette aus zwei Grundgliedern in Π-Schaltung mit den Grenzfrequenzen $f_- = 4\mathrm{kHz}$ und $f_+ = 8\mathrm{kHz}$. Die Abschlußimpedanzen sind $Z_i = Z_a = 1000\Omega = R$

1. Dimensionieren Sie die Kette
2. Berechnen Sie für die Frequenzen $f_1 = 2\mathrm{kHz}$ und $f_2 = 6\mathrm{kHz}$ das komplexe Betriebsdämpfungsmaß g_B.

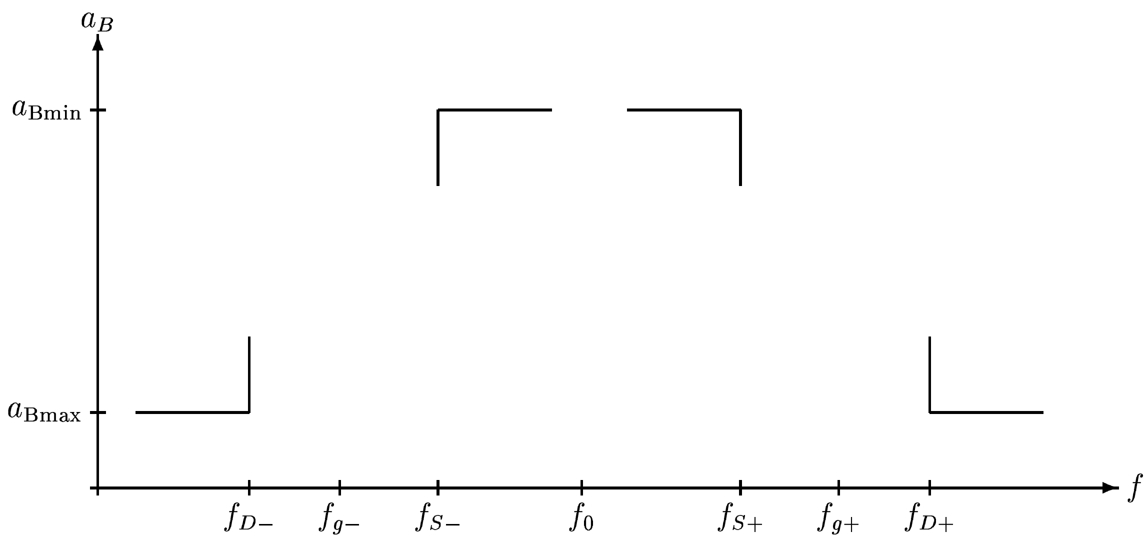
Aufgabe 40:

Dimensionieren Sie einen Reaktanz-Hochpaß aus T-Grundelementen.

Abschluß: $Z_i = Z_a = R = 1000\Omega$

Toleranzen: $f_D = 3,5\text{kHz}$, $f_S = 2\text{kHz}$, $a_{B,min} = 8\text{Np}$, $a_{B,max} = 0,3\text{Np}$

Aufgabe 41:



$f_{D-} = 2\text{kHz}$, $f_{S-} = 2,5\text{kHz}$, $f_{S+} = 15\text{kHz}$, $f_{D+} = 16\text{kHz}$, $a_{B,min} = 4\text{Np}$, $a_{B,max} = 0,3\text{Np}$

Dimensionieren Sie eine Reaktanz-Bandsperre aus Π-Grundelementen nach abgebildetem Toleranzschema. Die Bandsperre werde mit $R = 1000\Omega$ abgeschlossen.

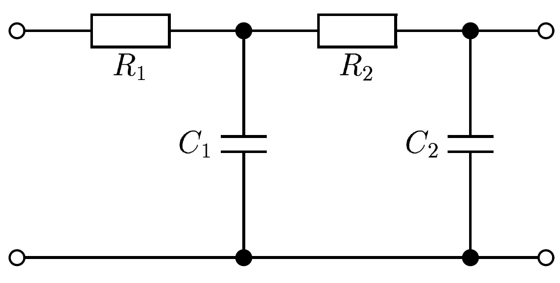
Aufgabe 42:

Zwischen den komplexen Amplituden von Strom und Spannung an einer Induktivität besteht die Beziehung:

$$u = pLi$$

Leiten Sie diese Beziehung her, beschränken Sie sich dabei auf reellwertige Funktionen im Zeitbereich.

Aufgabe 43:

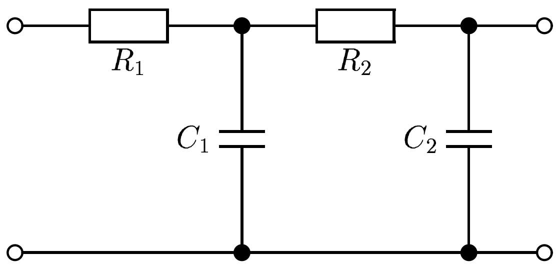


1. Berechnen Sie für die gezeigte Schaltung die Übertragungsfunktion $A(p)$.

2. Normieren Sie auf eine - zunächst beliebige - Kreisfrequenz ω_0 und geben Sie $A(P)$ an.
3. Berechnen Sie die Pole von $A(P)$ und zerlegen Sie $A(P)$ in Linearfaktoren.
4. Geben Sie für $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = 40\text{nF}$ und $C_2 = 100\text{nF}$ das Pol-Nulstellen-Diagramm an.

Aufgabe 44:

Gegeben sei der folgende Tiefpaß

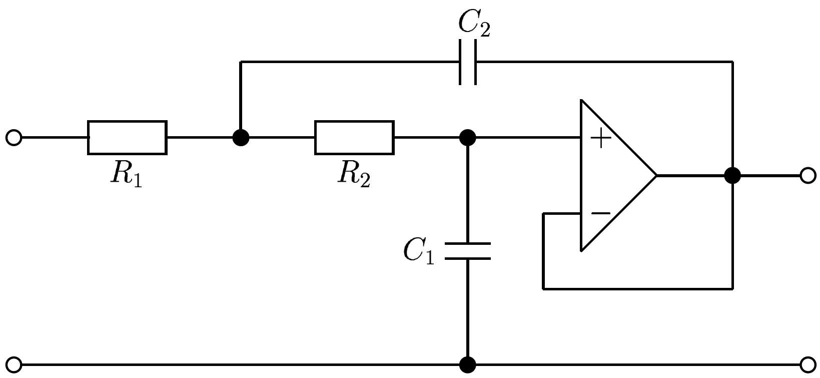


mit $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = 40\text{nF}$ und $C_2 = 100\text{nF}$

1. Berechnen Sie die Grenzfrequenz ω_g.
2. Normieren Sie die Übertragungsfunktion $A(P)$ auf die Grenzfrequenz ω_g.
3. Berechnen Sie die Pole der Übertragungsfunktion und zerlegen Sie $A(P)$ in Linearfaktoren.

Aufgabe 45:

Gegeben sei das folgende aktive Filter



1. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $A(p)$.
2. Normieren Sie die Übertragungsfunktion $A(p)$ auf eine Bezugsfrequenz ω_0 und geben Sie $A(P)$ an.
3. Leiten Sie aus $A(P)$ die 3dB-Grenzfrequenz ω_g für folgende Werte der Bauelemente her: $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 4\text{k}\Omega$, $C_1 = 25\text{nF}$ und $C_2 = 100\text{nF}$.
4. Zerlegen Sie $A(P)$ in Linearfaktoren.

Aufgabe 46:

Gegeben Sei ein Butterworth-Tiefpaß 3. Ordnung.

1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $A(P)$.
2. Stellen Sie $A(P)$ in der Form

$$A(P) = \frac{A_0}{\prod\limits_{\nu} (1 + a_\nu P + b_\nu P^2)}$$

dar.

Aufgabe 47:

1. Dimensionieren Sie einen passiven Bessel-Tiefpass 2. Ordnung für die Grenzfrequenz $f_g = 200\text{Hz}$.
2. Dimensionieren Sie denselben Tiefpass als Butterworth-Tiefpass.

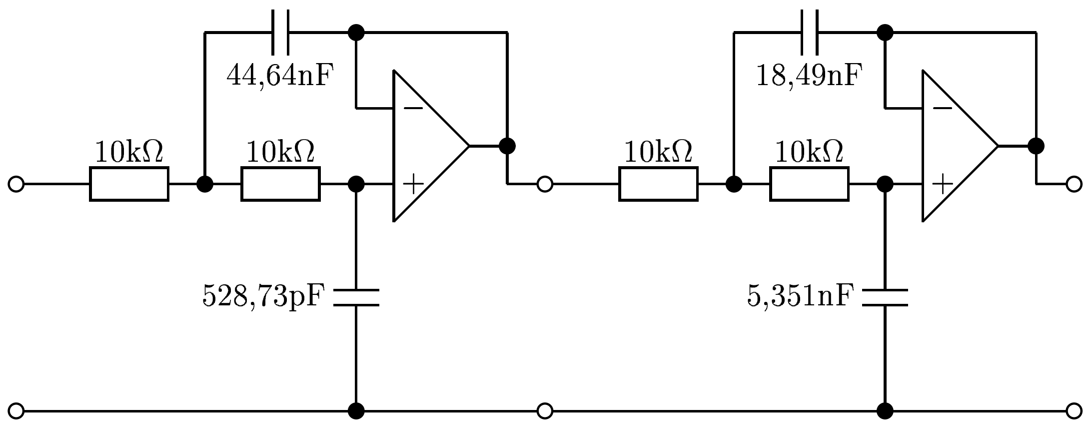
Aufgabe 48:

Entwerfen Sie einen aktiven Tiefpass 3. Ordnung mit umschaltbarer Grenzfrequenz. Die Umschaltung soll über Kondensatoren erfolgen. Der Tiefpass soll eine Tschebyscheff-Charakteristik mit einer Welligkeit von 3dB und die Grenzfrequenzen $f_{g1} = 3400\text{Hz}$, $f_{g2} = 5000\text{Hz}$ haben.

Hinweis: Verwenden Sie eine einfach gegengekoppelte OP-Schaltung mit festen R-Werten (10kΩ).

Aufgabe 49:

Das folgende Filter wurde mit den vorhandenen Tabellen dimensioniert.



1. Um was für ein Filter handelt es sich (Typ, Ordnung) ?
2. Welcher Schaltungstyp (einfach, zweifach, mit- oder gegengekoppelt) ?
3. Berechnen Sie die a_ν und b_ν. Handelt es sich um ein Bessel-, Butterworth- oder Tschebyscheff-Filter ?

4. Bestimmen Sie die Grenzfrequenz.

Aufgabe 50:

Entwerfen Sie einen Bessel-Hochpaß 2. Ordnung mit der grenzfrequenz $f_g = 1000$Hz. Wählen Sie als Realisierung eine aktive Operationsverstärkerschaltung mit Einfachmitkopplung und der inneren Verstärkung $\alpha = 1$.

Aufgabe 51:

Entwerfen Sie einen Tschebyscheff-Bandpaß 2. Ordnung mit der Welligkeit 0,5dB und den Grenzfrequenzen $f_- = 800$Hz, $f_+ = 2000$Hz. Realisieren Sie diesen

1. als LRC-Filter.
2. als mehrfachgegengekoppelte OP-Schaltung.

Aufgabe 52:

Bestimmen Sie die Impuls- und Sprungantwort für den passiven Tiefpaß 1. und 2. Ordnung.

Aufgabe 53:

Bestimmen Sie die Impuls- und Sprungantwort für den passiven LRC-Bandpaß und die passive LRC-Bandsperre.

Aufgabe 54:

Dimensionieren Sie einen Verzögerer mittels Allpässen 2.Ordnung $(t_{gr}, T_{gr}, A_N(P), A(p))$ so, daß ein Signal mit Frequenzanteilen von 0...$15kHz$ um $100\mu s$ verzögert wird.