Laplacetransformation: Eigenschaften, Abbildungsgesetze

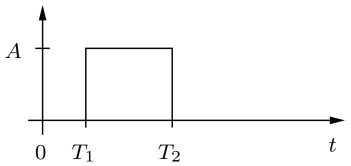
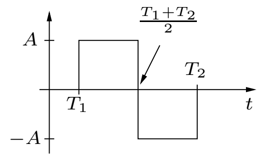
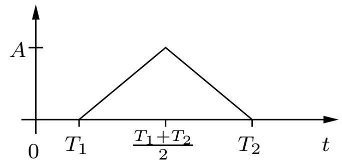
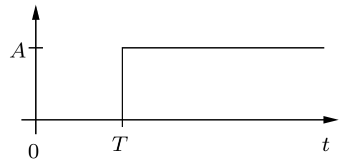
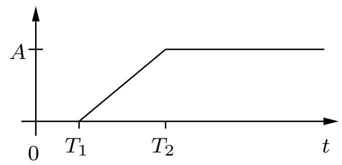
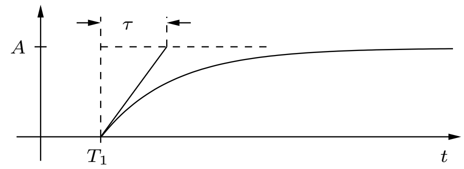
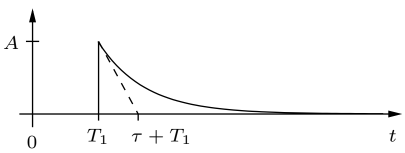
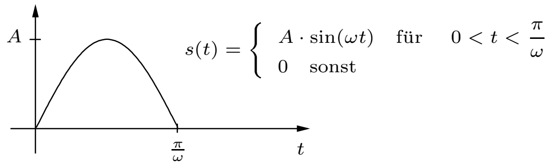
1	Linearität	$f_1(t) \circ\!-\!\bullet F_{\mathrm{L},1}(p)$ $f_2(t) \circ\!-\!\bullet F_{\mathrm{L},2}(p)$ $[a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t)] \circ\!-\!\bullet a_1 \cdot F_{\mathrm{L},1}(p) + a_2 \cdot F_{\mathrm{L},2}(p)$
2	Ähnlichkeit, Maßstabsänderung	$f(t) \circ\!-\!\bullet F_\mathrm{L}(p)$ $\quad f(b \cdot t) \circ\!-\!\bullet \dfrac{1}{b} \cdot F_\mathrm{L}\left(\dfrac{p}{b}\right)$ b, c -reell und positiv $\quad F(c \cdot p) \bullet\!-\!\circ \dfrac{1}{c} \cdot f\left(\dfrac{t}{c}\right)$
3	Translationssätze (Dämpfung)	$f(t) \circ\!-\!\bullet F_\mathrm{L}(p)$ $\quad \underline{\alpha > 0:}$ $f(t-\alpha) \circ\!-\!\bullet F_\mathrm{L}(p) \cdot \mathrm{e}^{-\alpha p}$ $f(t+\alpha) \circ\!-\!\bullet [F_\mathrm{L}(p) - \int\limits_o^\alpha f(t) \cdot \mathrm{e}^{-pt} \cdot \mathrm{d}t] \cdot \mathrm{e}^{\alpha p}$ p_0 beliebig $\rightarrow$ $\quad \mathrm{e}^{-p_0 t} \cdot f(t) \circ\!-\!\bullet F_\mathrm{L}(p + p_0)$
4	Differentiation im Zeitbereich	$f^{(n)}(t) \circ\!-\!\bullet p^n \cdot F_\mathrm{L}(p) - f(+0) \cdot p^{n-1} - f'(+0) \cdot p^{n-2} - \ldots - f^{n-1}(+0)$
5	Differentiation im Bildbereich	für alle p , $\quad F_\mathrm{L}^{(n)}(p) \bullet\!-\!\circ (-1)^n \cdot t^n \cdot f(t)$ für die $F_\mathrm{L}(p)$ eine reguläre Funktion in p darstellt
6	Integration im Zeitbereich	$\int\limits_0^t f(\tau) \cdot \mathrm{d}\tau \circ\!-\!\bullet \dfrac{1}{p} \cdot F_\mathrm{L}(p)$
7	Integration im Bildbereich	$\int\limits_p^\infty F_\mathrm{L}(q) \cdot \mathrm{d}q \bullet\!-\!\circ \dfrac{1}{t} \cdot f(t)$
8	Faltung, Multiplikation	$f_1(t) \circ\!-\!\bullet F_{\mathrm{L},1}(p)$ $f_2(t) \circ\!-\!\bullet F_{\mathrm{L},2}(p)$ $F_{\mathrm{L},1}(p) \cdot F_{\mathrm{L},2}(p) \bullet\!-\!\circ \int\limits_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) \cdot \mathrm{d}\tau = f_1(t) * f_2(t)$
9	Periodizität	Impulsfolge: $f(t) = f(t - n \cdot T)$; $f(t) = 0$ für $t < 0$ $n = 0, 1, \ldots, \infty$ $f(t) \circ\!-\!\bullet \dfrac{1}{1 - \mathrm{e}^{-pT}} \cdot \int\limits_0^T f(t) \cdot \mathrm{e}^{-pT} \cdot \mathrm{d}t$
10	Grenzwertsätze	$\lim\limits_{p\to\infty} p \cdot F_\mathrm{L}(p) = \lim\limits_{t\to 0} f(t) = f(0)$; $\quad f(0)$ muß existieren $\lim\limits_{p\to 0} p \cdot F_\mathrm{L}(p) = \lim\limits_{t\to\infty} f(t) = f(\infty)$; $\quad f(\infty)$ muß existieren

NTS/IW UDE	**Hilfsblatt zur Vorlesung und Übung** Nachrichtentechnische Systeme	LT 2 09/07

Laplace-Transformation, Korrespondenzen

	$F_L(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt}\, dt$	$f(t) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F_L(p) e^{pt}\, dp$	
1	0	0	$f(t) = \begin{cases} f(t) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$
2	1	$\delta(t)$	$\downarrow$
3	$\frac{1}{p}$	1	
4	$\frac{1}{p^2}$	t	$\downarrow$
5	$\frac{1}{p^n}$, $n > 0$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	
6	$\frac{1}{(p-a)}$	e^{at}	$\downarrow$
7	$\frac{1}{[p(p-a)]}$	$\frac{1}{a}(e^{at} - 1)$	
8	$\frac{1}{[p(p+a)]}$	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\downarrow$
9	$\frac{a}{(p^2+a^2)}$	$\sin(at)$	
10	$\frac{p}{(p^2+a^2)}$	$\cos(at)$	$\downarrow$
11	$\frac{a}{(p^2-a^2)}$	$\sinh(at)$	
12	$\frac{p}{(p^2-a^2)}$	$\cosh(at)$	$\downarrow$
13	$\frac{1}{[p(p^2+a^2)]}$	$\frac{1}{a^2}(1 - \cos(at))$	
14	$\frac{1}{[p(p^2-a^2)]}$	$\frac{1}{a^2}(\cosh(at) - 1)$	$\downarrow$
15	$\frac{1}{[(p-a)(p-b)]}$	$\frac{(e^{bt} - e^{at})}{(b-a)}$	
16	$\frac{1}{(p-a)^2}$	$t \cdot e^{at}$	$\downarrow$
17	$\frac{p}{[(p-a)(p-b)]}$	$\frac{(be^{bt} - ae^{at})}{(b-a)}$	
18	$\frac{1}{p^2 + 2ap + b^2}$	$\frac{1}{2W}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) = \frac{1}{\omega} e^{-at} \sin(\omega t)$ $p_{1,2} = -a \pm W = -a \pm j\omega$ $W = \sqrt{a^2 - b^2} = j\omega;\ \omega = \sqrt{b^2 - a^2}$	
19	$\frac{p}{p^2 + 2ap + b^2}$	$\frac{1}{2W}(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}) = e^{-at}(\cos(\omega t) - \frac{a}{\omega} \cdot \sin(\omega t))$ W, p_1, p_2 wie 18)	

Laplace-Transformation, Korrespondenzen

20	$A \cdot \dfrac{e^{-pT_1} - e^{-pT_2}}{p}$	
21	$A \cdot \dfrac{\left[e^{-p\frac{T_1}{2}} - e^{-p\frac{T_2}{2}}\right]^2}{p}$	
22	$\dfrac{2A}{T_2 - T_1} \cdot \dfrac{\left[e^{-p\frac{T_1}{2}} - e^{-p\frac{T_2}{2}}\right]^2}{p^2}$	
23	$A \cdot \dfrac{e^{-T_p}}{p}$	
24	$\dfrac{A}{T_2 - T_1} \cdot \dfrac{e^{-pT_1} - e^{-pT_2}}{p^2}$	
25	$A \cdot \dfrac{\frac{1}{\tau}e^{-pT_1}}{p\left(p + \frac{1}{\tau}\right)}$	
26	$A \cdot e^{-pT_1} \dfrac{1}{p + \frac{1}{\tau}}$	
27	$\dfrac{A \cdot \omega}{p^2 + \omega^2} \cdot \left(1 + e^{-\dfrac{\pi}{\omega}p}\right)$	
28	$A \cdot \dfrac{1 - e^{-pT_1}}{p(1 - e^{-pT})}$