

Eigenschaften der z-Transformation

$$f(n) \circ \rightarrow F_z(z)$$

Operation	Operation mit den Zahlenfolgen	Operation mit den z-Transformierten
Verschiebung nach rechts	$f(n - m)$ $m > 0$	$z^{-m} \cdot \left[F_z(z) + \sum_{\nu=1}^m f(-\nu) \cdot z^\nu \right]$
Verschiebung nach links	$f(n + m)$ $m > 0$	$z^m \cdot \left[F_z(z) - \sum_{\nu=0}^{m-1} f(\nu) \cdot z^{-\nu} \right]$
Differenzbildung	$f(n) - f(n - 1)$ $f(n + 1) - f(n)$	$\frac{z - 1}{z} \cdot F_z(z) - f(-1)$ $(z - 1) \cdot F_z(z) - f(0) \cdot z$
Summation $f(n) = 0$ für $n < 0$	$\sum_{\nu=0}^n f(\nu)$	$\frac{z}{z - 1} \cdot F_z(z)$
Dämpfung	$f(n) \cdot e^{\alpha n T} = f(n) \cdot \beta^n$	$F_z(z \cdot e^{-\alpha T}) = F_z(z \cdot \beta^{-1})$
Differentiation der Bildfunktion	$n^m \cdot s(n)$	$\left(-z \cdot \frac{d}{dz} \right)^m \cdot F_z(z)$
Faltung	$\sum_{\nu=0}^n f(\nu) \cdot h(n - \nu)$	$F_z(z) \cdot H_z(z)$
Multiplikation mit a^n	$a^n \cdot f(n) \quad \forall a \in \mathbb{C}$	$F_z\left(\frac{z}{a}\right)$
Zeitdehnung	$f(a \cdot n) \quad \forall a \in \mathbb{Z}$	$F_z(z^{\frac{1}{a}})$
Anfangswerttheo- rem	$f(0)$	$\lim_{z \rightarrow \infty} F_z(z)$
Endwerttheorem	$\lim_{\nu \rightarrow \infty} f(\nu)$	$\lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \cdot F_z(z)$

Korrespondenzen zur z-Transformation

	$f(n)$ mit $f(n) = 0$ für $n < 0$	$F_z(z) \longleftrightarrow f(n)$
1	$\delta_k(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	1
2	$s(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	$\frac{z}{z-1}$
3	$s(n-1) \cdot z_1^{n-1}$	$\frac{1}{z-z_1}$
4	$s(n-k) \cdot z_1^{n-k} \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k)!}$	$\frac{1}{(z-z_1)^k}$
5	$n \cdot T$	$\frac{T \cdot z}{(z-1)^2}$
6	$(n \cdot T)^2$	$T^2 \cdot z \cdot \frac{z+1}{(z-1)^3}$
7	$(n \cdot T)^3$	$T^3 \cdot z \cdot \frac{z^2+4 \cdot z+1}{(z-1)^4}$
8	$e^{a_1 n T} = z_1^n$	$\frac{z}{z-z_1}$
9	$n \cdot z_1^n$	$\frac{z \cdot z_1}{(z-z_1)^2}$
10	$n^2 \cdot z_1^n$	$\frac{z \cdot z_1 \cdot (z+z_1)}{(z-z_1)^3}$
11	$\sin(\omega n T + \varphi)$	$z \cdot \frac{z \cdot \sin(\varphi) + \sin(\omega T - \varphi)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\omega T) + 1}$
12	$\cos(\omega n T)$	$z \cdot \frac{z - \cos(\omega T)}{z^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\omega T) + 1}$
13	$\binom{n}{k-1} = \frac{n!}{(k-1)! \cdot (n-k+1)!}$	$\frac{z}{(z-1)^k}, k > 0$
14	$\frac{e^{n \cdot \ln \beta}}{\beta^{k-1}} \cdot \binom{n}{k-1} = \frac{\beta^n}{\beta^{k-1}} \cdot \binom{n}{k-1}$	$\frac{z}{(z-\beta)^k}, \beta \neq 0, k > 0$
15	$\frac{1}{z_1 - z_2} \cdot (z_1^{n-1} - z_2^{n-1}) \forall n \geq 1$	$\frac{1}{(z-z_1) \cdot (z-z_2)}$
16	$\frac{1}{z_1 - z_2} \cdot (z_1^n - z_2^n) \forall n \geq 0$	$\frac{z}{(z-z_1) \cdot (z-z_2)}$