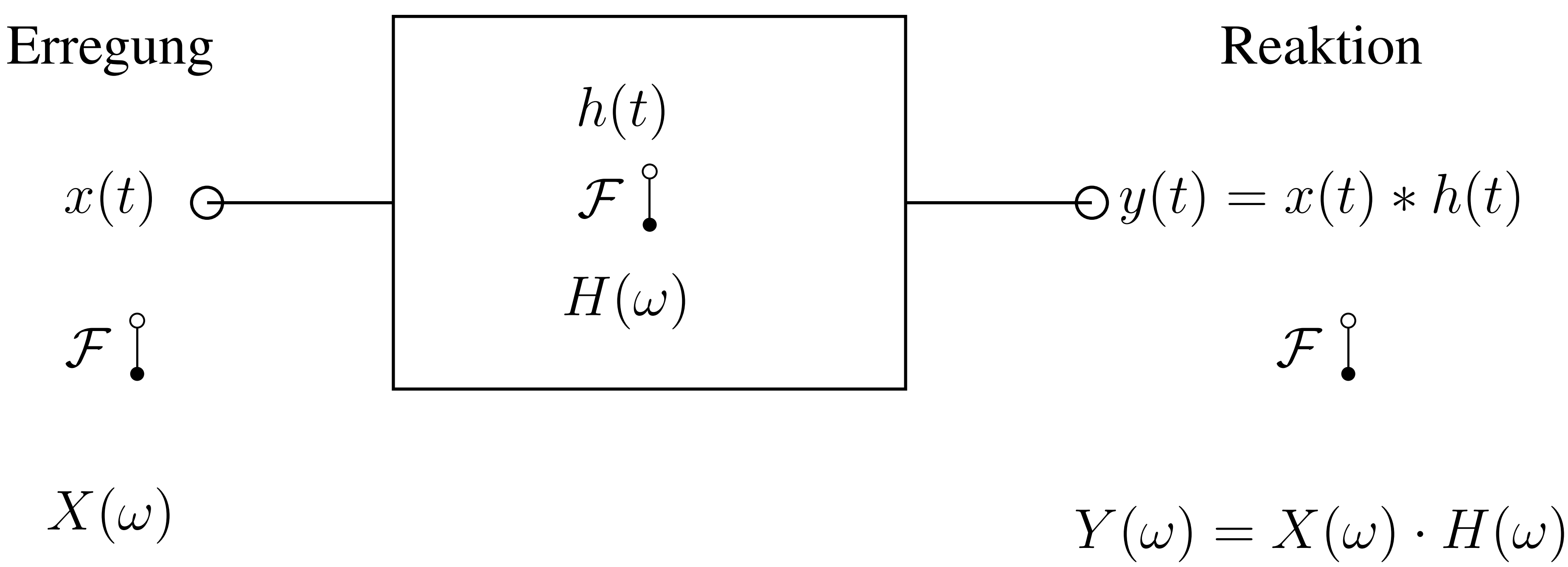
Seminar-Praktikum: “Communications 1”

Seminarversuch 1:
“Lineare zeitinvariante Systeme”

Stand: 30.10.2008

1. “Black Box” Betrachtungsweise bei LZI-Systemen
2. Stoßantwort $h(t)$ und Übertragungsfunktion $H(\omega)$
3. LZI-Systeme mit sinusförmigem Eingangssignal
4. NZI-Systeme mit sinusförmigem Eingangssignal
5. Idealisierende Vereinfachungen und Praxisbezug
6. Zusammenfassung

LZI-System



Die Stoßantwort $h(t)$ bzw. ihre Fouriertransformierte $H(\omega)$ kennzeichnen vollständig das Übertragungsverhalten des LZI-Systems.

- Voraussetzung: das System ist im Nullzustand!

Die Stoßantwort $h(t)$ ist die Reaktion auf den idealen Dirac-Stoß $\delta(t)$ als Eingangssignal.

- Der Diracstoß ist ein technisch nicht realisierbares Signal und somit sein zugehöriges konstantes Spektrum eine Idealisierung!
- Zur praktischen Ermittlung der Stoßantwort genügt ein endlich hoher Impuls $\delta_{\mathrm{a}}(t)$ mit endlicher Dauer Δt, die allerdings sehr viel kürzer sein muß als der Reziprokwert der oberen Grenzfrequenz $\frac{1}{f_{\mathrm{c}}}$ des LZI-Übertragungssystems.
- Die damit registrierte approximierte Stoßantwort $h_{\mathrm{a}}(t)$ ist dann bis auf einen Skalierungsfaktor $\approx$ proportional zur tatsächlichen Stoßantwort; d.h. es gilt: $h(t) \approx a \cdot h_{\mathrm{a}}(t)$.
- Der Skalierungsfaktor a ergibt sich aus der Form der verwendeten Approximation $\delta_{\mathrm{a}}(t)$ des Dirac-Stoßes.

Die Übertragungsfunktion $H(\omega)$ kennzeichnet das Übertragungsverhalten des LZI-Systems im Frequenzbereich.

- d.h., sie gewichtet das i.a. kontinuierliche oder auch diskrete Spekrum $X(\omega)$ des Eingangssignals gemäß $Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$.
- sie kennzeichnet übersichtlich, ob das System Tiefpaß-, Hochpaß-, Bandpaß-, Allpaß- oder Bandsperre-Verhalten besitzt.
- Die Mindestanforderung für die Realisierbarkeit eines Systems ist die Kausalität, d.h. $h(t) \equiv 0 \quad \forall t < 0$.

Auf eine sinusförmige Erregung mit

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \overset{\mathcal{F}}{\circ\!\!-\!\!\bullet} A \cdot \mathrm{j}\pi \left[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)\right] \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega \frac{\varphi_0}{\omega_0}}$$

reagieren LZI-Systeme mit einer sinusförmigen Reaktion:

$$y(t) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi(\omega_0))$$

$$\mathcal{F} \,\updownarrow \qquad\qquad \mathcal{F} \,\updownarrow$$

$$Y(\omega) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \mathrm{j}\pi \left[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)\right] \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega \frac{\varphi_0 + \varphi(\omega_0)}{\omega_0}}$$

- d.h. die Amplitude des Ausgangssignals ändert sich im Vergleich zum Eingangssignal mit dem Faktor $|H(\omega_0)|$
- und das Ausgangssignal wird im Vergleich zum Eingangssignal mit der sog. Phasenlaufzeit $t_{\mathrm{ph}} = -\dfrac{\varphi(\omega_0)}{\omega_0}$ verzögert.
- Diese Eigenschaft kann man zur meßtechnischen Ermittlung der Übertragungsfunktion nutzen!

Nichtlineare zeitinvariante Systeme reagieren auf sinusförmige Eingangssignale mit sog. *nichtlinearen Verzerrungen*,

- d.h. das Ausgangssignal ist dann zwar noch periodisch, aber nicht mehr sinusförmig
- und im Spektrum des Ausgangssignals entstehen andere Frequenzkomponenten als die im Eingangssignal vorhandenen! (Oberwellenhaltigkeit, Klirrfaktor).

Mit der Fourierreihenentwicklung für periodische Signale:

$$y_{\text{NZI}}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot \cos(k \cdot \omega_0 t + \varphi_k) \qquad \text{folgt dann:}$$

$$Y_{\text{NZI}}(\omega) = \pi \cdot \sum_{k=0}^{\infty} c_k \cdot \left[\delta(\omega + k \cdot \omega_0) + \delta(\omega - k \cdot \omega_0)\right] \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega \frac{\varphi_k}{k \cdot \omega_0}}$$

- mit Oberwellen bei ganzzahligen vielfachen der Frequenz ω_0!

Bei den Berechnungen mit LZI-Systemen in der Vorlesung und Übung werden oft die Realisierbarkeitsvoraussetzungen vernachlässigt! (ideale Tief-, Hoch-, Bandpässe $\Rightarrow$ Verletzung der Kausalität, etc.)

Das führt zu sehr einfachen Modellrechnungen, die einen guten Überblick über das Gesamtübertragungsverhalten komplizierter Systeme erlauben!

Für die praktische Umsetzung in eine elektronische Schaltung ist dann meistens nur noch darauf zu achten, daß

- der Betrag der Übertragungsfunktion der o.g. Systeme im Übertragungsbereich hinreichend *konstant*
- *und* der Phasenverlauf dort auch hinreichend *linear* ist,

weil oft nur lineare *verzerrungsfreie Systeme* für bandbegrenzte Signale realisiert werden müssen.

Die Theorie der LZI-Systeme (Systemtheorie) ist

- die wichtigste Grundlage der modernen Kommunikationstechnik
- und die Basis aller weiterführenden Betrachtungen wie z.B. der “Statistischen Signaltheorie”, der “Signalentdeckungsverfahren” und der “Signalparameterschätzung” etc.!
- Sie beschreibt mit einfachen Rechnungen das Übertragungsverhalten für zeitkontinuierliche Signale
- und ist eine sehr gute Grundlage zum Verständnis der linearen zeitdiskreten Systeme (z.B. digitale Filter).
- Einige der wesentlichen Gesichtpunkte und Schlußfolgerungen im Zusammenhang mit LZI-Systemen wurden vorgetragen.