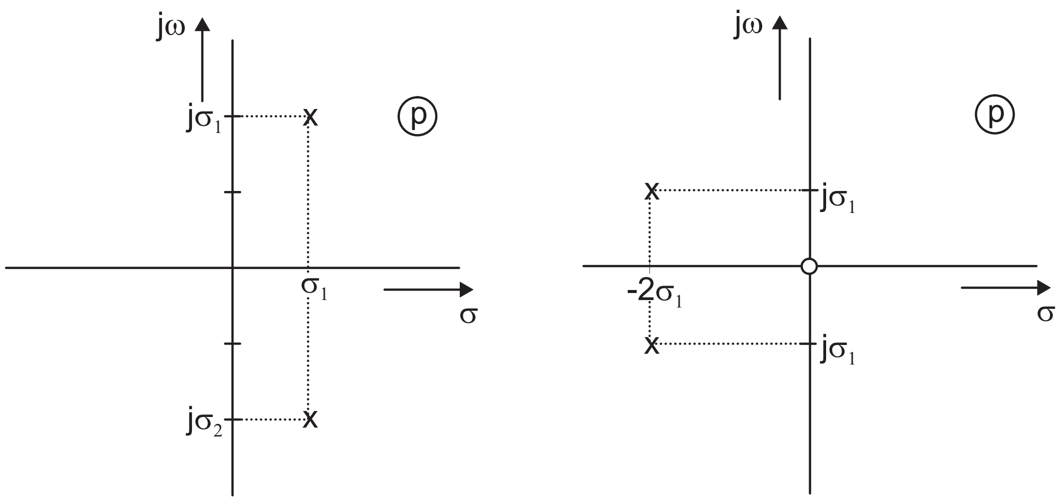
Übungsaufgaben
zur
Vorlesung

Netzwerktheorie 1
(Analoge Netzwerke)

Inhaltsverzeichnis:

Aufgabe 1.1

Gegeben sind die in der Abbildung gezeigten Pol-Nullstellen-Diagramme der Systemfunktion der beiden Zweitore A und B mit $\sigma_1 > 0$



1.1.1

Bestimmen Sie die Systemfunktionen $H_{LA}(p)$ und $H_{LB}(p)$ der beiden Zweitore.

1.1.2

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen $H_A(\omega) = H_{LA}(p = j\omega)$ und $H_B(\omega) = H_{LB}(p = j\omega)$ der beiden Zweitore A und B.

1.1.3

Welche Art von Übertragungssystemen stellen die Zweitore A und B dar. Begründen Sie Ihre Antwort in Kurzform.

1.1.4

Bestimmen Sie die den Systemfunktionen $H_{LA}(p)$ und $H_{LB}(p)$ zugeordneten Rücktransformierten (Stoßantworten) $h_A(t)$ und $h_B(t)$.

1.1.5

Machen Sie eine kurze Aussage zur Stabilität der beiden Zweitore.

Aufgabe 1.2

Gegeben ist die Systemfunktion $H_L(p)$ eines linearen, zeitinvarianten Zweitors durch

$$H_L(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{p}{p^2 + 2ap + b} \qquad \text{a, b reell und positiv}$$

<u>1.2.1</u>

Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen und stellen Sie die Bedingungen dafür auf, dass $H_L(p)$ die Systemfunktion eines stabilen Zweitors ist.

<u>1.2.2</u>

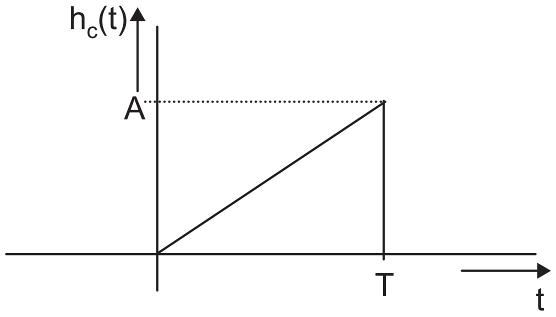
Wie lautet für ein gewähltes Wertepaar (a, b), mit a=3 und b=8, das die unter 1.2.1 bestimmten Stabilitätsbedingungen erfüllt, die der Systemfunktion $H_L(p)$ zugeordnete Rücktransformierte (Stoßantwort) h(t)?

<u>1.2.3</u>

Welche Art von Übertragungssystem stellt das Zweitor dar?

Aufgabe 1.3

Gegeben ist als Approximationsvorschrift für eine Realisierung durch ein lineares, zeitinvariantes Zweitor die in der Abbildung gezeigte, charakterisierende Stoßantwort $h_c(t)$.



1.3.1

Stellen Sie $h_c(t)$ als Summe entsprechend gewichteter und zeitverschobener Rampen- bzw. Sprungfunktionen dar.

1.3.2

Bestimmen Sie die LAPLACE-Transformierte $H_{LC}(p)$ zu $h_c(t)$ anhand der in 1.3.1 gefundenen Summendarstellung.

1.3.3

Entwickeln Sie aus $H_{LC}(p)$ die approximierende Systemfunktion $H_{La}(p)$ indem Sie den in $H_{LC}(p)$ auftretenden nichtrationalen Term e^{pT} entsprechend $e^{pT} = 1 + pT + (pT)^2/2! + ...$ in eine Reihe entwickeln und hinter dem dritten Glied abbrechen.

1.3.4

Zeichnen Sie das Pol- Nullstellen-Diagramm von $H_{La}(p)$ und stellen Sie $h_a(t)$ zeichnerisch dar.

1.3.5

Bestimmen Sie die LAPLACE-Rücktransformierte $h_a(t)$ von $H_{La}(p)$ und stellen Sie $h_a(t)$ zeichnerisch dar.

Aufgabe 1.4

Gegeben ist ein Graph mit n Knoten, wobei jeder Knoten mit den anderen Knoten durch einen Zweig verbunden ist.

1.4.1

Zeichne für n = 1 (1) 5 die Graphen.

1.4.2

Leite eine Formel zur Berechnung der Anzahl z(n) der Zweige des Graphen her.

1.4.3

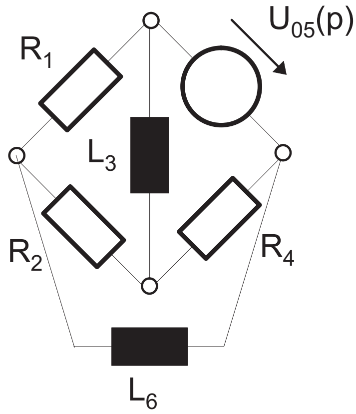
Zeichne für n = 1 (1) 5 alle vollständigen Bäume der einzelnen Graphen.

1.4.4

Leite eine Formel zur Berechnung der Anzahl $z_u(n)$ der unabhängigen Zweige des Graphen her.

Aufgabe 1.5

Gegeben ist das unten abgebildete Netzwerk.



<u>1.5.1</u>

Skizzieren Sie einen vollständigen Baum aus der Menge der möglichen vollständigen Bäume.

<u>1.5.2</u>

Bestimmen Sie zu dem von Ihnen ausgewählten vollständigen Baum die Inzidenzmatrix $\overset{\leftrightarrow}{M}$.

<u>1.5.3</u>

Bestimmen Sie die Zweigimpedanz $\overset{\leftrightarrow}{Z}_z$.

<u>1.5.4</u>

Bestimmen Sie die Schleifenimpedanzmatrix $\overset{\leftrightarrow}{Z}$.

Aufgabe 1.6

Gegeben ist sind die Inzidenzmatrix

$$\overleftrightarrow{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

die entsprechend $\overleftrightarrow{I} = \overleftrightarrow{M} \cdot \overleftrightarrow{J}$ den Zweigstromvektor $\overleftrightarrow{I}$ eines Netzwerks mit dem Schleifenstromvektor $\overleftrightarrow{J}$ verknüpft, und die Zweigstromimpedanz

$$\overleftrightarrow{Z}_Z = \begin{pmatrix} 1/pC_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & pL_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/pC_5 \end{pmatrix}$$

des Netzwerks, das durch eine unabhängige Spannungsquelle mit der Urspannung $U_{s\nu}(p)$ erregt wird.

<u>1.6.1</u>

Bestimmen Sie die Anzahl k der Netzwerksknoten.

<u>1.6.2</u>

Kennzeichnen Sie die Schleifenströme $J_\mu(p)$ und die unabhängigen Zweige des Netzwerks durch die Angabe der Indizes μ.

<u>1.6.3</u>

Bestimmen Sie die Schleifenimpedanzmatrix $\overleftrightarrow{Z}$ des Netzwerks.

<u>1.6.4</u>

Bestimmen Sie den Quellenspannungsvektor $U_S(p)$.

<u>1.6.5</u>

Zeichnen Sie den entsprechendengerichteten Graphen des Netzwerks, tragen Sie die Zweigindizes ν in den Graphen ein und kennzeichnen Sie innerhalb des Graphen den vollständigen Baum durch dicke Zweiglinien.

<u>1.6.6</u>

Zeichnen Sie das Netzwerk unter Verwendung der Symbole der Netzwerkbauelemente und kennzeichnen Sie die Bauelemente.

<u>1.6.7</u>

Bestimmen Sie die Komponenten $J_\mu(p)$ des Schleifenstromvektors $\overleftrightarrow{J}(p)$.

<u>1.6.8</u>

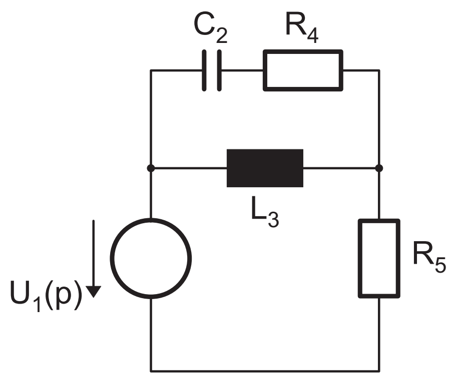
Bestimmen Sie die Komponenten $I_\nu(p)$ des Zweigstromvektors $\overleftrightarrow{I}(p)$.

<u>1.6.9</u>

Bestimmen Sie die Komponenten $U_\nu(p)$ des Zweigspannungsvektors $\overleftrightarrow{U}(p)$.

Aufgabe 1.7

Gegeben ist das in der Abbildung dargestellte Netzwerk.



1.7.1

Zeichnen Sie einen gerichteten Graphen und tragen Sie in diesen Graphen in dicken Linien einen der möglichen vollständigen Bäume ein und kennzeichnen Sie die Zweige durch die Angabe entsprechender Indizes ν, geben Sie die Indizes μ der Schleifenströme $J_\mu(p)$ an.

1.7.2

Berechnen Sie die Anzahl z_u der unabhängigen Zweige des Graphen und vergleichen Sie z_u mit der Anzahl der unabhängigen Zweige des in 1.7.1 gefundenen Graphen.

1.7.3

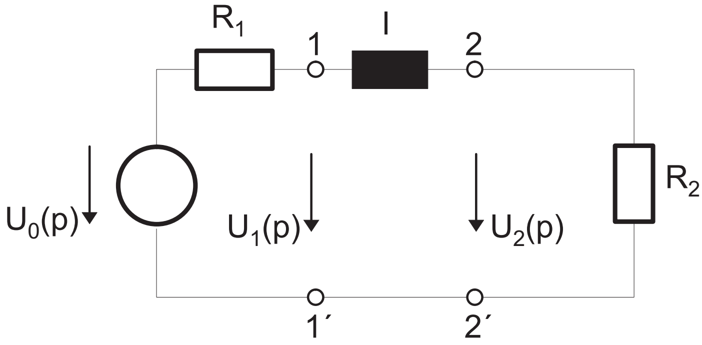
Bestimmen Sie die Inzidenzmatrix $\overleftrightarrow{M}$, die entsprechend $\vec{I}(p) = \overleftrightarrow{M} \cdot \vec{J}(p)$ den Schleifenstromvektor $\vec{J}(p)$ mit dem Zweigstromvektor $\vec{I}(p)$ verknüpft.

1.7.4

Bestimmen Sie die Zweigimpedanzmatrix $\overleftrightarrow{Z}_Z(p)$, die Schleifenimpedanzmatrix $\overleftrightarrow{Z}(p)$ und den Zweigspannungsvektor $\vec{U}(p)$ des obigen Netzwerks auf der Basis der in 1.7.1 und 1.7.3 gemachten Festlegungen.

Aufgabe 1.8

Gegeben ist das unten abgebildete Netzwerk.



1.8.1

Bestimmen Sie die Kettenmatrix $\vec{A}$ des Zweitors, das durch die Eingangsklemmen 1 und 1' sowie die Ausgangsklemmen 2 und 2' gekennzeichnet ist.

1.8.2

Bestimmen Sie die Betriebswirkungsfunktion $H_{LB}(p)$ des oben dargestellten Filternetzwerks.

1.8.3

Zeichnen Sie das Pol- Nullstellendiagramm von $H_{LB}(p)$.

1.8.4

Bestimmen Sie die vollständig normierte Betriebswirkungsfunktion $H_{LBn}(\rho)$ mit

$$\rho = \frac{p}{\omega_n} = \frac{\sigma}{\omega_n} + j\frac{\omega}{\omega_n} = \varsigma + j\Omega ,$$

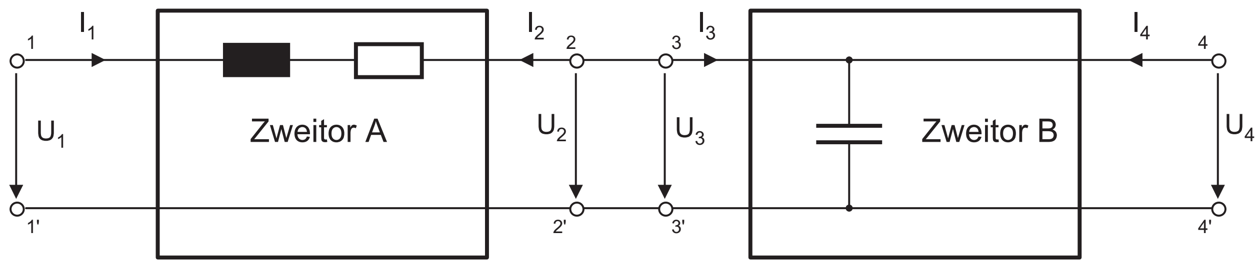
indem Sie als normierende Kreisfrequenz ω_n die -3dB-Grenzfrequenz von $|H_{LB}(j\omega)|$, als normierenden Widerstand R_N den Innenwiderstand R_1.

1.8.5

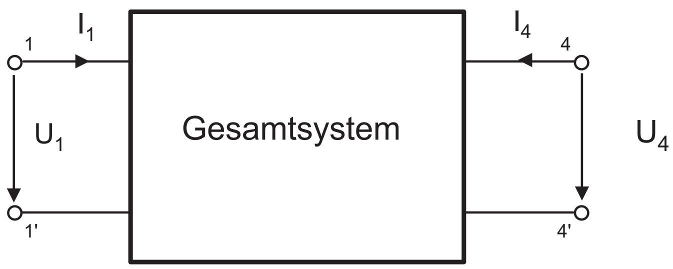
Bestimmen Sie die vollständig normierte Übertragungsfunktion $H_{Fn}(\Omega) = H_{LBn}(j\Omega)$.

Aufgabe 1.9

Gegeben ist das unten abgebildete Netzwerk



und dessen Ersatzschaltbild



1.9.1

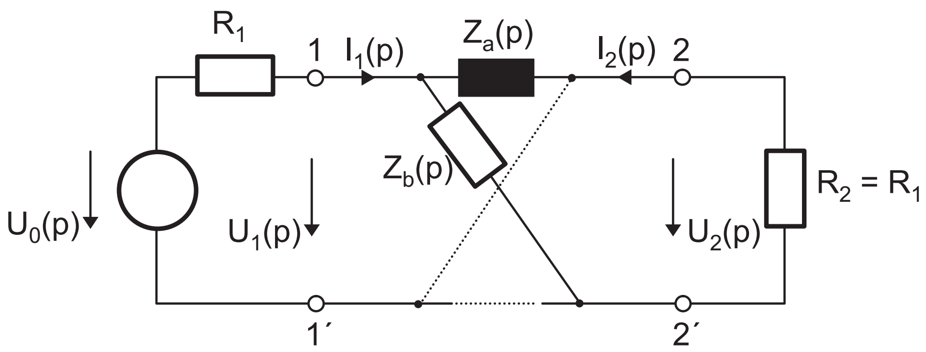
Bestimmen Sie die Kettenmatrizen $\overleftrightarrow{A}_a$ und $\overleftrightarrow{A}_b$ der beiden Zweitore die durch die Klemmen 1, 1` ,2 , 2` und 3, 3`, 4, 4` gekennzeichnet sind.

1.9.2

Bestimmen Sie nun die Kettenmatrix $\overleftrightarrow{A}_{ges}$ der Ersatzschaltung für die Kaskadierung der beiden Kettenmatrizen $\overleftrightarrow{A}_a$ und $\overleftrightarrow{A}_b$.

Aufgabe 1.10

Gegeben ist das in der Abbildung gezeigte symmetrische Brückenzweitor, gekennzeichnet durch die Eingangspole 1 und 1' und die Ausgangspole 2 und 2'.



Ferner soll zwischen der Längszweigimpedanz $Z_a(p)$ und der Querzweigimpedanz $Z_b(p)$ entsprechend der Beziehung $Z_a(p) \cdot Z_b(p) = R_1^2$ Widerstandsdualität gelten.

<u>1.10.1</u>

Bestimmen Sie die Impedanzmatrix $\ddot{Z}$ des Brückenzweitors.

<u>1.10.2</u>

Bestimmen Sie die Betriebswirkungsfunktion $H_{LB}(p)$ der oben abgebildeten Anordnung.

<u>1.10.3</u>

Bestimmen Sie die Längszweigimpedanz $Z_a(p)$ und die Querzweigimpedanz $Z_b(p)$ als Funktion von R_1 und $H_{LB}(p)$.

<u>1.10.4</u>

Welche Bedingung muss $|H_{LB}(p = j\omega)|$ für alle ω erfüllen, damit die Impedanzfunktionen $Z_a(p)$ und $Z_b(p)$ mittels passiver RLC-Bauelemente realisiert werden können, d.h. damit $\mathrm{Re}\{Z_a(p = j\omega)\} \geq 0$ bzw. $\mathrm{Re}\{Z_b(p = j\omega)\} \geq 0$ für alle ω gilt? Substituieren Sie dazu im Ergebnis zu 1.10.3 entsprechend $H_{LB} = H_r(p) + jH_i(p)$.

Aufgabe 1.11

Gegeben ist ein beidseitig mit R_1 bzw. $R_2 = R_1$ beschaltetes symmetrisches Brückenzweitor, dessen Längszweigimpedanz $Z_a(p)$ entsprechend $Z_a(p) = pL$ die Impedanz einer Spule darstellen soll.

Ferner ist die Betriebswirkungsfunktion

$$H_{LB}(p) = \frac{k}{(p - p_\infty) \cdot (p - p_\infty^*)},$$

mit $p_\infty = -2\omega_0 + j\omega_0$, $\omega_0 > 0$ und k reell und positiv, vorgegeben.

<u>1.11.1</u>

Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm von $H_{LB}(p)$ und geben Sie die Einheit für k an.

<u>1.11.2</u>

Wie nennt man ein Filternetzwerk, welches eine Betriebswirkungsfunktion $H_{LB}(p)$, wie oben beschrieben, aufweist?

<u>1.11.3</u>

Welche Bedingung muss die reelle positive Konstante k erfüllen, wenn die vorgegebene Betriebswirkungsfunktion $H_{LB}(p)$ mit Hilfe des oben spezifizierten Brückenzweitors realisiert werden soll und zum Aufbau des Brückenzweitors ausschließlich passive Zweitore zur Verfügung stehen.

<u>1.11.4</u>

Bestimmen Sie unter der in 1.11.3 gefundenen Bedingung für k die Querzweigimpedanz $Z_b(p)$.

1.11.5

Zeichnen Sie eine Schaltungsrealisierung der unter 1.11.4 gefundenen Zweigimpedanzen $Z_a(p)$ und $Z_b(p)$ und tragen Sie die Bauelementewerte in die Zeichnung ein.

Aufgabe 1.12

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System mit der Stoßantwort

$$h(t) = \frac{1}{T_0}\,\mathrm{rect}\frac{(t-T)}{T},$$

mit $p_\infty = -2\omega_0 + j\omega_0$, $\omega_0 > 0$ und k reell und positiv, vorgegeben.

1.12.1

Zeichnen Sie die Stoßantwort h(t) als Funktion der Zeit t und tragen Sie wichtige Abszissen- und Ordinatenwerte ein.

1.12.2

Bestimmen Sie die Systemfunktion $H_L(p) \circ\!\!\overset{L}{-\!\!-\!\!-}\!\!\bullet\, h(t)$ des Systems.

1.12.3

Bestimmen Sie Pol- und Nullstellen von $H_L(p)$ und skizzieren Sie das entsprechende Pol- Nullstellen-Diagramm.

1.12.4

Bestimmen Sie die vollständig normierte Stoßantwort $h_n(\tau)$ für den Fall, dass als normierende Zeit $T_N = 1\,\mathrm{ms}$ verwendet wird, und skizzieren sie $h_n(\tau)$ als Funktion der normierten Zeit τ unter Angabe wichtiger Abszissen- und Ordinatenwerte.

1.12.5

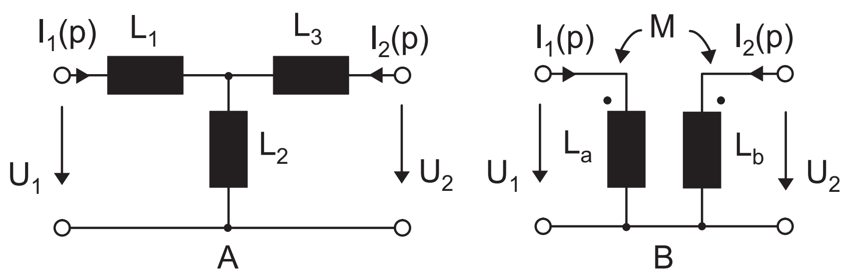
Bestimmen Sie die vollständig normierte LAPLACE-Transformierte $S_{nL}(\rho)$, wobei als normierende Frequenz $\omega_N = 1/T_N$ anzusetzen ist.

Aufgabe 1.13

Ein Vorergebnis der Realisierung einer Netzwerkfunktion ist das unten abgebildete Zweitor A, dass aus den drei nicht verkoppelten Induktivitäten L_1, L_2 und L_3 aufgebaut ist.
Die Induktivität L_1 weist entsprechend

$$L_1 = -|L_2| \qquad \text{mit} \qquad |L_1| < |L_2|$$

einen negativen Wert auf.
Das Zweitor A soll durch das ebenfalls unten abgebildete Übertragerzweitor B ersetzt werden, wobei zwischen der Primärinduktivität L_a und der Sekundärinduktivität L_b des Übertragers eine feste Kopplung gefordert wird. Es gilt also für die Gegeninduktivität M die Gleichung $M^2 = L_a L_b$



<u>1.13.1</u>
Bestimmen Sie die Impedanzmatrizen $\overleftrightarrow{Z}_A$ und $\overleftrightarrow{Z}_B$ der Zweitore.

<u>1.13.2</u>
Bestimmen Sie die Abhängigkeit $L_3 = f(L_1, L_2)$, die für die Äquivalenz der Zweitore notwendig ist.

<u>1.13.3</u>
Bestimmen Sie unter Beachtung der in 1.13.2 gefundenen Abhängigkeit die Induktivitäten L_a, M und L_b so, dass Zweitor B das Zweitor A ersetzen kann.

Aufgabe 1.14

Für die Längszweigimpedanz $Z_a(p)$ bzw. für die Querzweigimpedanz $Z_b(p)$ eines symmetrischen Brückenzweitors gilt

$$Z_a(p) = \frac{R_1}{pR_1C_1+1} \qquad \text{bzw.} \quad Z_b(p) = \frac{pR_2C_2+1}{pC_2} \qquad R_2 > R_1$$

<u>1.14.1</u>

Zeichnen Sie die Realisierungsschaltungen zu $Z_a(p)$ und $Z_b(p)$ und kennzeichnen Sie die einzelnen Bauelemente durch Angabe der Werte.

<u>1.14.2</u>

Stellen Sie das zugeordnete symmetrische Brückenzweitor zeichnerisch dar.

<u>1.14.3</u>

Leiten Sie mit Hilfe des BARTLETT´schen Symmetriesatzes aus der unter 1.14.2 dargestellten, symmetrischen Brückenzweitorschaltung ein äquivalentes struktursymmetrisches Zweitor ab.

Aufgabe 2.1

Gegeben ist die normierte Impedanzfunktion

$$Z_n(\rho) = \frac{3\rho^4 + 8\rho^2 + 1}{\rho^3 + \rho} \qquad \text{mit} \qquad \rho = \varsigma + j\Omega$$

<u>2.1.1</u>

Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen von $Z_n(\rho)$ und tragen Sie diese in ein entsprechendes Pol- Nullstellen-Diagramm ein.

<u>2.1.2</u>

Ist die Impedanzfunktion $Z_n(\rho)$ nach Entnormierung ausschließlich mit passiven Bauelementen realisierbar?
Begründen Sie Ihre Antwort.

<u>2.1.3</u>

Entwickeln Sie $Z_n(\rho)$ in eine Partialbruchreihe und geben Sie eine Partialbruchschaltung an. Tragen Sie in die Zeichnung der Schaltung die Werte der normierten Bauelemente ein.

Aufgabe 2.2

Die Partialbruchdarstellung der vollständig normierten Impedanzfunktion $Z_n(\rho)$ eines passiven Zweipols lautet

$$Z_n(\rho) = \frac{a_0}{\rho} + \sum_{\nu=1}^{N} \frac{2a_\nu \rho}{\rho^2 + \Omega_\nu^2} + a_\infty \rho \qquad \text{mit} \qquad a_0,\ a_\nu \text{ und } a_\infty \text{ reell positiv}$$

Zeigen Sie, dass $Z_n(\rho = j\Omega)$ eine imaginäre Funktion in Ω ist und die Steigung der Funktion $\mathrm{Im}\{Z_n(j\Omega)\}$ entsprechend

$$\frac{\partial}{\partial\Omega}\mathrm{Im}\{Z_n(j\Omega)\} > 0 \quad \text{für alle } \Omega$$

stets positiv ist.

Aufgabe 2.3

Gegeben ist die widerstands- und frequenznormierte Impedanzfunktion eines Zweipols mit

$$Z_n(\rho) = \frac{8\rho^4 + 80\rho^2 + 72}{\rho^3 + 4\rho}$$

<u>2.3.1</u>

Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen von $Z_n(\rho)$ und zeichnen Sie diese in das entsprechende Pol- Nullstellen-Diagramm.

<u>2.3.2</u>

Um welchen Typ Zweipol handelt es sich?

<u>2.3.3</u>

Entwickeln Sie die Impedanzfunktion $Z_n(\rho)$ in eine Summe von Partialbrüchen und zeichnen Sie das zugehörige Netzwerk in normierter Darstellung.

<u>2.3.4</u>

Entnormieren Sie die Impedanzfunktion $Z_n(\rho)$ mit Hilfe der normierenden Größen

$R_N = 100\,\Omega$ und $\omega_N = 10^4\,s^{-1}$

und zeichnen Sie das zugehörige Netzwerk in nichtnormierter Darstellung.

Aufgabe 2.4

Untersuchen Sie, ob die unten angegebenen Funktionen die widerstands- und frequenznormierten Zweipolimpedanzen passiver LCÜ-Zweipole darstellen und begründen Sie das Ergebnis.

$$Z_{n1}(\rho) = \frac{\rho^2 + 3\rho + 1}{\rho} \qquad Z_{n2}(\rho) = \frac{\rho^3}{(\rho^2 + 2)^2}$$

$$Z_{n3}(\rho) = \frac{(\rho^2 + 2)(\rho^2 + 4)}{\rho^2 + 8} \qquad Z_{n4}(\rho) = \frac{\rho}{\rho^2 + 3}$$

$$Z_{n5}(\rho) = \frac{2\rho^4 + 11\rho^2 + 4}{\rho^3 + 4\rho} \qquad Z_{n6}(\rho) = \frac{\rho + 2}{\rho^3 + 1}$$

Aufgabe 2.5

Gegeben ist die widerstands- und frequenznormierte Impedanzfunktion

$$Z_n(\rho) = \frac{24\rho^3 + 192\rho}{\rho^4 + 20\rho^2 + 64} \qquad \text{mit} \qquad \rho = \frac{p}{\omega_N} = \varsigma + j\Omega$$

<u>2.5.1</u>

Zeichnen Sie das Pol- und Nullstellen-Diagramm.

<u>2.5.2</u>

Zeichnen Sie die realisierende Impedanz-Partialbruchschaltung (1. FOSTER-Form), die Admittanz-Partialbruchschaltung (2. FOSTER-Form), die Kettenbruchschaltung bei Abbau der in $\rho = \infty$ liegenden Pole (1. CAUER-Form) und die Kettenbruchschaltung bei Abbau der in $\rho = 0$ liegenden Pole (2. CAUER-Form).

Aufgabe 2.6

Gegeben ist die widerstands- und frequenznormierte Impedanzfunktion eines Zweipols mit

$$Z_n(\rho) = \frac{\rho^2 + 8\rho + 12}{\rho^2 + 4\rho}$$

2.6.1

Welcher Zweipoltyp liegt vor? Begründen Sie Ihre Antwort.

2.6.2

Ermitteln Sie die entsprechende Kettenbruchschaltung, die sich bei Abbau der in $\rho = \infty$ liegenden Pole ergibt (1. CAUER-Form).

2.6.3

Ermitteln Sie die entsprechende Admittanz-Partialbruchschaltung (2. FOSTER-Form).

2.6.4

Entnormieren Sie die Impedanzfunktion $Z_n(\rho)$ mit Hilfe der normierenden Größen

$R_N = 100\,\Omega$ und $\omega_N = 10^4\,s^{-1}$

und zeichnen Sie das zugehörige Netzwerk in nichtnormierter Darstellung.

Aufgabe 2.7

Gegeben ist die widerstands- und frequenznormierte Admittanzfunktion eines passiven RC-Zweipols durch

$$Y_n(\rho) = \frac{(\rho+2)(\rho+6)(\rho+10)}{(\rho+4)(\rho+8)(\rho+12)}$$

2.7.1

Ermitteln Sie die zugehörige Kettenbruchschaltung bei Abbau der in $\rho = \infty$ liegenden Pole (1. CAUER-Form).

2.7.2

Entwickeln Sie $Y_n(\rho)$ in eine Summe von Partialbrüchen und zeichnen Sie die zugehörige Partialbruchschaltung (2. FOSTER-Form).

Aufgabe 2.8

Die Partialbruchdarstellung der Impedanzfunktion Z(p) eines passiven RCÜ-Zweipols lautet:

$$Z(p) = A_\infty + \sum_{\nu=1}^{N} \frac{A_\nu}{p - \sigma_{\infty\nu}} + \frac{A_0}{p} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} \sigma_{\infty\nu} < 0 \text{ für alle } \nu, \\ A_\infty, A_\nu \text{ und } A_0 \text{ reell und positiv für alle } \nu \end{array}$$

Zeigen Sie, dass alle $\mathrm{Im}\{Z(\sigma)\} = 0$ für alle σ gilt und die Steigung der Funktion $Z(\sigma)$ entsprechend der Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial\sigma} Z(\sigma) < 0 \qquad \text{für alle } \sigma$$

stets negativ ist.

Aufgabe 2.9

Gegeben ist die vollständig normierte Impedanzfunktion $Z_n(\rho)$ eines passiven RC-Zweipols durch

$$Z_n(\rho) = \frac{\rho^2 + 4\rho + 3}{\rho^2 + 2\rho} \qquad \text{mit} \qquad \rho = \frac{p}{\omega_N} \quad , \quad \omega_N = 10^3\ s^{-1}$$

$$R_N = 100\,\Omega$$

2.9.1

Bestimmen Sie die Linearfaktordarstellung von $Z_n(\rho)$.

2.9.2

Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen von $Z_n(\rho)$ und zeichnen Sie diese in das zugehörige Pol- Nullstellendiagramm.

2.9.3

Entwickeln Sie die Impedanz-Partialbruchdarstellung (1. FOSTER-Form) von $Z_n(\rho)$.

2.9.4

Zeichnen Sie die zugehörige Partialbruchschaltung und tragen Sie die Werte der normierten Bauelemente in die Zeichnung ein.

2.9.5

Bestimmen Sie die zugehörigen Werte der Widerstände und Kapazitäten, die sich nach Entnormierung der in 2.8.4 gefundenen normierten Bauelemente ergeben. Geben Sie die Wirkwiderstände in Ohm, die Kapazitäten in μF an.

Aufgabe 2.10

Gegeben ist die folgende vollständig normierte RC-Zweipoladmittanz:

$$Y_n(\rho) = \frac{\rho^2 + 3\rho}{\rho^2 + 6{,}5\rho + 7{,}5} \qquad \text{mit} \qquad \rho = \frac{p}{\omega_N} = \varsigma + j\Omega$$

<u>2.10.1</u>

Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen von $Y_n(\rho)$ und zeichnen Sie diese in das zugehörige Pol- Nullstellendiagramm.

<u>2.10.2</u>

Bestimmen und skizzieren Sie die Funktion $Y_n(\varsigma)$.

<u>2.10.3</u>

Bestimmen und skizzieren Sie die Funktion $\left| Y_n(j\Omega) \right|$.

<u>2.10.4</u>

Entwickeln Sie die Admittanzfunktion in eine Summe von Partialbrüchen (2. FOSTER-Form) und zeichnen Sie die zugehörige Partialbruchschaltung.

Aufgabe 3.1

Für einen aktiven RC-Hochpass 2. Ordnung, der nach der „Methode mit infiniter Verstärkung und einzelnem Rückkopplungspfad“ realisiert wird, gilt hinsichtlich der Systemfunktion

$$H_L(p) = -\frac{\dfrac{C_{1A} \cdot C_{2A}}{C_{1B}(C_{1A} + C_{2A})} \cdot p}{p^2 + \dfrac{G_{1B} + G_{2B}}{C_{2B}} \cdot p + \dfrac{G_{1B} + G_{2B}}{C_{1B} \cdot C_{2B}}}$$

3.1.1

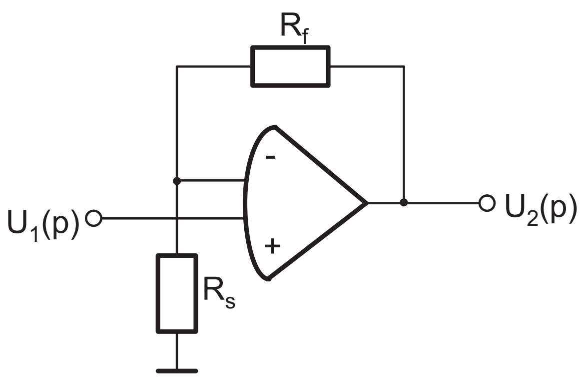
Bestimmen Sie die vollständig normierte Form $H_{Ln}(\rho)$ von $H_L(p)$ und geben Sie die normierenden Größen an.

3.1.2

Bestimmen Sie die normierenden Widerstände und Kapazitäten der aktiven Hochpassschaltung jeweils als Funktion der normierten Grenzfrequenz Ω_g und der Konstanten H_0 und b.

Aufgabe 3.2

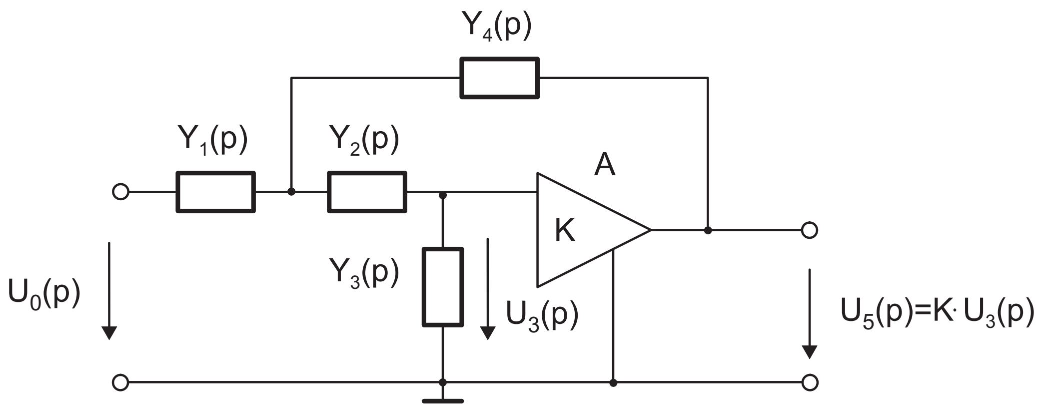
Gegeben ist die abgebildete Schaltung, bestehend aus einem idealen Operationsverstärker und zwei Wirkwiderständen.



Bestimmen Sie die Systemfunktion $H_L(p) = U_2(p) / U_1(p)$.

Aufgabe 3.3

Gegeben ist die unten stehende Schaltung mit der aktiven spannungsgesteuerten Spannungsquelle A (Eingangsimpedanz $Z_e \to \infty$).



<u>3.3.1</u>

Bestimmen Sie die Systemfunktion $H_L(p) = U_5(p)/U_1(p)$ als Funktion von $Y_1(p)$, $Y_2(p)$, $Y_3(p)$, $Y_4(p)$ und k.

<u>3.3.2</u>

Bestimmen Sie die Systemfunktion $H_L(p)$ für den Fall, dass $Y_1(p)$ die Admittanz eines Wirkwiderstandes R_1, $Y_2(p)$ die Admittanz eines Wirkwiderstandes R_2, $Y_3(p)$ die Admittanz eines Kondensators der Kapazität C_3 und $Y_4(p)$ die Admittanz eines Kondensators C_4 ist.

<u>3.3.3</u>

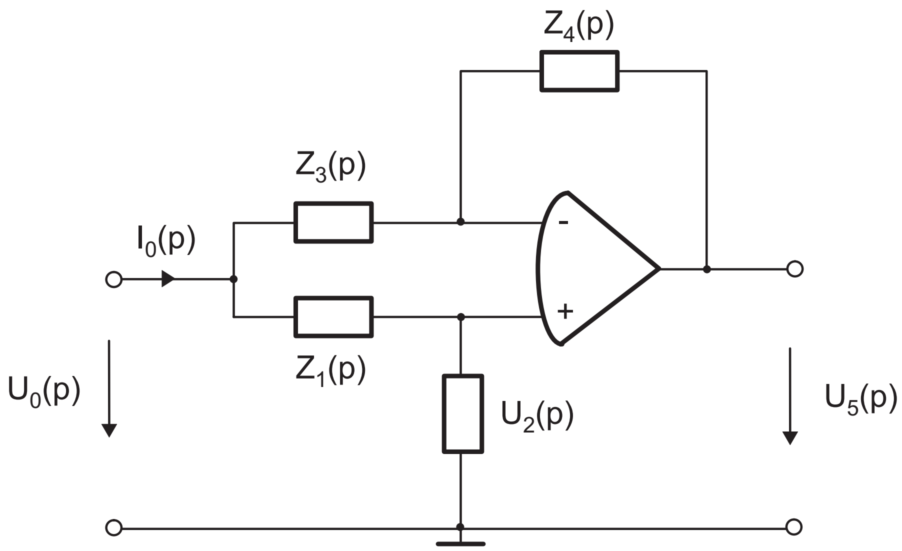
Welcher Filtertyp wird unter dem in 3.3.2 beschriebenen Fall realisiert?

<u>3.3.4</u>

Bestimmen Sie die Eingangsimpedanz $Z_e(p) = U_0(p)/I_1(p)$ der Schaltung als Funktion der Admittanzen $Y_1(p)$, $Y_2(p)$, $Y_3(p)$, $Y_4(p)$ und der Konstanten k.

Aufgabe 3.4

Gegeben ist die unten stehende Schaltung mit dem idealen Operationsverstärker A.



3.4.1

Bestimmen Sie die Systemfunktion $H_L(p) = U_5(p) / U_1(p)$ als Funktion der Impedanzen $Z_1(p)$, $Z_2(p)$, $Z_3(p)$ und $Z_4(p)$ als Funktion der Admittanzen $Y_1(p)$, $Y_2(p)$, $Y_3(p)$ und $Y_4(p)$.

3.4.2

Bestimmen Sie die Eingangsimpedanz $Z_e(p) = U_0(p) / I_1(p)$.

3.4.3

Die Impedanzen $Z_1(p)$, $Z_2(p)$, $Z_3(p)$ und $Z_4(p)$ sollen jeweils die Impedanz eines Wirkwiderstandes oder einer Kondensators sein.

Geben Sie eine Schaltung an, welche einen aktiven Allpass 1. Ordnung realisiert.